

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Т. В. АФАНАСЬЕВА**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ  
ТЕНДЕНЦИЙ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

Ульяновск  
УлГТУ  
2013

УДК 004.8  
ББК 32.813  
А 94

Рецензенты: доктор технических наук, профессор Семушин И. В.,  
..доктор технических наук, Стецко А. А.

Научный редактор доктор технических наук, профессор Н. Г. Ярушкина

**УДК 004.8**

**Афанасьева, Т. В.**

Моделирование нечетких тенденций временных рядов / Т. В. Афанасьева. –  
Ульяновск : УлГТУ, 2013. – 215 с.

Монография посвящена изложению теоретических и практических вопросов в области моделирования нечетких тенденций и анализа временных рядов. Данная проблематика тесно связана с задачами извлечения знаний из временных рядов (Times Series Data Mining) на основе интеллектуальных технологий. Рассматриваются основные подходы к анализу временных рядов, обозначается и решается задача определения нового объекта анализа – нечетких тенденций. Приводятся классификация нечетких тенденций, алгоритмы сегментации, классификации, прогнозирования временных рядов на основе моделей нечетких тенденций.

Книга может быть полезна для студентов старших курсов, магистрантов, аспирантов и специалистов в области анализа временных рядов.

ISBN 978-5-9795-1131-3

© Афанасьева Т. В., 2013  
© Оформление. УлГТУ, 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ .....</b>	<b>8</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>9</b>
<b>ГЛАВА 1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ.....</b>	<b>12</b>
1.1. Специфика временных рядов, обладающих высокой степенью неопределенности. Новые требования пользователей систем анализа временных рядов .....	12
1.2. Обзор современных подходов к анализу временных рядов .....	16
1.2.1. Статистический подход к моделированию временных рядов....	16
1.2.2. Нейросетевой подход к моделированию временных рядов .....	25
1.2.3. Нечеткий подход к моделированию временных рядов.....	29
1.2.4. Анализ соответствия подходов анализа ВР современным требованиям .....	44
1.3. Нечеткие временные ряды и нечеткие тенденции в экспертной деятельности .....	46
1.4. Обоснование необходимости и возможности анализа нечетких тенденций для широкого класса динамических процессов .....	50
Выводы .....	54
<b>ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНО-ЛИНГВИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К АНАЛИЗУ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ .....</b>	<b>56</b>
2.1. Методологические принципы структурно-лингвистического подхода анализа ВР.....	56
2.2. Разработка теоретических положений нового объекта анализа нечеткого временного ряда – нечеткой тенденции .....	59
2.2.1. Анализ определений нечеткой тенденции .....	59

2.2.2. Структурно-лингвистический подход к определению нечеткой тенденции.....	61
2.3. Классификация нечетких динамических процессов и их моделей.....	66
2.3.1. Нечеткий динамический процесс .....	66
2.3.2. Нечеткий динамический процесс первых разностей .....	66
2.3.3. Нечеткий динамический процесс с нечеткими приращениями ....	67
2.4. Модели числового временного ряда в структурно-лингвистическом подходе .....	69
2.5. Гранулярное представление системы объектов и моделей анализа временных рядов .....	73
Выводы .....	76
<b>ГЛАВА 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ ТЕНДЕНЦИЙ .....</b>	<b>77</b>
3.1. Теоретические положения моделирования нечетких тенденций.....	77
3.1.1. Классификация нечетких тенденций .....	77
3.1.2. Операции в классе нечетких тенденций .....	78
3.1.3. Меры сходства и различия нечетких тенденций .....	79
3.2. Модель нечеткой элементарной тенденции нечеткого временного ряда .....	83
3.3. Теоретические положения и модель нечеткой шкалы как математического инструмента оценивания НЭТ .....	85
3.3.1. Структурная модель ACL-шкалы.....	86
3.3.2. Функциональная модель ACL-шкалы.....	91
3.3.3. Параметрическая модель ACL-шкалы.....	96
3.3.4. Системная модель ACL-шкалы .....	97
3.3.5. Виды ACL-шкал .....	99
3.3.6. Проблемно-ориентированная адаптация ACL-шкалы и оценка погрешности .....	101

3.4. Алгоритмические основы оценивания нечетких значений по ACL-шкале .....	106
3.4.1. Алгоритм построения модели ACL-шкалы.....	106
3.4.2. Алгоритм генерации нечетких оценок на основе ACL-шкалы ....	110
Выводы .....	112

## **ГЛАВА 4. АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ**

<b>МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЧЕТКИХ ТЕНДЕНЦИЙ</b> .....	113
4.1. Сегментация временного ряда на нечеткие тенденции.....	113
4.1.1. Структурно-лингвистическая модель временного ряда .....	114
4.1.2. Метод FT-преобразования для идентификации нечеткой элементарной тенденции и сегментации ВР .....	120
4.1.3. Идентификация нечетких локальных тенденций .....	125
4.2. Классификация временных рядов и идентификации основной нечеткой тенденции .....	128
4.3. Прогнозирование компонент нечетких элементарных тенденций .....	131
4.4. Извлечение нечетких правил .....	133
4.5. Способы численного оценивания модели временного ряда нечетких тенденций .....	135
4.5.1. Оценивание модели временного ряда на основе нечетких моделей способом F2S.....	136
4.5.2. Алгоритм отбора правил нечеткой модели .....	137
4.5.3. Оценивание модели временного ряда на основе нечетких и нейросетевых моделей способом F3N1S.....	139
4.5.4. Оценивание модели временного ряда на основе нейросетевых моделей способом F1N .....	142
4.6. Методика и критерии оценки эффективности моделей временных рядов .....	144

4.7. Лингвистического резюмирование результатов моделирования временного ряда .....	148
4.8. Метод прогнозирования временных рядов на основе нечетких тенденций (метод НЭТ) .....	150
4.8.1. Алгоритм метода НЭТ .....	150
4.8.2. Пример применения метода НЭТ для прогнозирования ВР .....	151
4.8.3. Анализ преимуществ и ограничений метода НЭТ .....	162
4.9. Интегральный метод нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций временных рядов .....	162
Выводы .....	165
<b>ГЛАВА 5. ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ СТРУКТУРНО-ЛИНГВИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА</b> ....	168
5.1. Исследование эффективности Т-модели на искусственных временных рядах .....	169
5.1.1. Исследование адекватности и устойчивости Т-модели коротких ВР, сгенерированных моделями нечетких процессов с нечеткими приращениями .....	169
5.1.2. Исследование и сравнительный анализ применимости Т-модели для моделирования ВР, построенных по базовым моделям стохастических процессов .....	176
5.1.3. Исследование и сравнительный анализ применимости Т-модели для прогнозирования ВР, построенных по базовым моделям стохастических процессов .....	179
5.2. Применение и сравнительный анализ эффективности Т-модели и метода НЭТ при прогнозировании ВР «Алабама». Бенчмаркинг .....	183

5.3. Применение структурно-лингвистического подхода для моделирования и прогнозирования объема телекоммуникационного трафика ВС и его нечетких тенденций .....	185
5.4. Применение структурно-лингвистического подхода для моделирования и прогнозирования технико-экономических показателей .....	191
Выводы .....	194
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	195
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b> .....	196

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

БД – база данных

ВР – временной ряд

ВС – вычислительные сети

ИКТ – инфокоммуникационные технологии

ИНС – искусственные нейронные сети

ЕЯ – естественный язык

ИМ – интегральный метод нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций

ЛПР – лицо, принимающее решение

НВР – нечеткий временной ряд

НМ – нечеткое множество

ННС – нечеткая нейронная сеть

НТ – нечеткая тенденция

НЭТ – нечеткая элементарная тенденция

ППП – пакет прикладных программ

ФП – функция принадлежности

ЭС – экспертная система

ЭТ – элементарная тенденция



## ВВЕДЕНИЕ

Развитие инфокоммуникационных технологий (ИКТ) обеспечило принципиально новую возможность более широкого доступа конечных пользователей к решению задач анализа поведения сложных организационно-технических систем по временным рядам (ВР), накопленных в базах данных в результате мониторинга. Особенностью сложных организационно-технических систем является тот факт, что их поведение часто отражает динамику слабоструктурированных процессов, а соответствующие им ВР характеризуются высокой степенью неопределенности вследствие нестационарности, неточности и недостаточности наблюдений, нечеткости и нестабильности тенденций.

Анализ временных рядов в рамках статистического подхода при несомненных достоинствах и широком признании не ориентирован на прогнозирование ВР с обозначенными свойствами. Так, результаты моделирования ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, на основе базовых стохастических и регрессионных моделей, реализованных в статистических пакетах прикладных программ (ППП), зависят от математической квалификации и опыта специалистов предметных областей. При этом не всегда удается построить адекватные модели, обеспечивающие требуемую точность прогнозирования и соответствие поведения модели поведению исходного ВР. Кроме того, в статистических моделях не предусмотрена лингвистическая интерпретация данных и результатов, а в современных условиях это качество моделей востребовано специалистами предметных областей и необходимо системам добычи данных (DataMining-системы), экспертным системам и системам интеллектуального анализа, оперирующим лингвистически выраженными значениями.

В настоящее время активно развивается новое направление Time Series Data Mining для решения проблемы анализа ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, на основе методов и моделей искусственного интеллекта, в частности нейросетевых и нечетких моделей. Не претендуя на высокую точность, эти методы ориентированы на «быстрое и простое» извлечение «полезной» для конечных пользователей информации и существенно отличаются от нашедших широкое применение в технике и теории управления методов работы со стационарными случайными процессами.

Так, моделирование с помощью искусственных нейронных сетей (ИНС), основанное на алгоритмах обучения и свойстве обобщения, позволяет в ряде случаев успешно прогнозировать ВР, снизить требования к математической подготовке специалистов предметных областей, однако нейросетевые модели не имеют формального представления, а также не предусматривают интерпретацию результатов анализа ВР, что ограничивает их применение.

Идея нечеткого моделирования поведения сложных систем по ВР основана на базовой модели нечеткого динамического процесса (Song, Chissom, 1993), получившей название «нечеткого временного ряда».

В нечетком временном ряде (НВР) состояниям динамического процесса сопоставлены нечеткие значения, моделируемые параметрическими функциями принадлежности, зависимости между ними строятся по наблюдениям и представляются базой нечетких правил «Если-То», численно выражаемых матрицей нечеткого отношения. Для прогнозирования НВР применяется алгоритм нечеткого логического вывода.

Методы анализа НВР показали свою продуктивность в прогнозировании процессов на транспорте, в ИКТ, в области

электроэнергетики, образования, экономики, экологии и машиностроении, когда получение полных количественных данных не представляется возможным или не является достаточным.

Анализ возможностей и недостатков методов нечеткого моделирования ВР выявил ряд нерешенных проблем: проблему повышения точности и информативности прогноза, проблему отсутствия методов идентификации и математических моделей нечетких тенденций НВР, проблему недостаточности критериев эффективности и методики оценивания результатов нечеткого моделирования. Среди них наибольший интерес на наш взгляд представляет научно-практическая проблема анализа нового объекта нечеткого ВР – нечеткой тенденции, – впервые введенного Н. Г. Ярушкиной. Данная проблема включает задачи формализации, идентификации и построения моделей ВР на основе нечеткой тенденции. Решение указанных задач позволит обнаруживать новые закономерности и извлекать знания, недоступные другим моделям.

Таким образом, современное состояние в области моделирования и прогнозирования ВР характеризуется дальнейшим развитием в направлении применения методов Time Series Data Mining и моделей на основе технологий искусственного интеллекта.

Настоящая монография посвящена изложению основных положений современных моделей и методов Time Series Data Mining, при этом основное и детальное внимание уделено вопросам, связанным с разработкой новой методологии моделирования и основ теории нечетких тенденций ВР. Совокупность новых моделей, методов, критериев, методик и программных средств, разработанных на этом фундаменте, составляет содержание авторского структурно-лингвистического подхода анализа ВР.

# ГЛАВА 1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В первой главе приведены специфика сложных организационно-технических систем и свойства соответствующих им ВР, особенностью которых является высокая степень неопределенности, проанализированы методы различных подходов к анализу таких ВР.

## 1.1. Специфика ВР, обладающих высокой степенью неопределенности.

### Новые требования пользователей систем анализа ВР

В связи с развитием ИКТ практически во всех организациях и предприятиях активно используют *хранение информации в базах данных (БД)*, в том числе и в виде временных рядов. При этом значительно повышается роль человека, как поставщика и как пользователя информации в БД, который вносит свою долю неопределенности в данные при их восприятии и использовании, при решении профессиональных, обычно нечетко сформулированных задач.

Моделью современных предприятий могут служить сложные организационно-технические системы, в которых выделены элементы трех классов (технические, информационные и гуманистические) и имеется множество связей между ними. Проблема неопределенности, обусловленная внутренней и внешней нестационарностью, в том числе, значительной ролью человека (гуманистического элемента), является неотъемлемой принадлежностью сложных организационно-технических систем и на практике характеризуется:

- невозможностью или ограниченной возможностью экспериментального исследования процессов, не позволяющей

получить достаточную и достоверную статистическую информацию;

- субъективной неопределенностью из-за многоцелевого, многокритериального, экспертного оценивания информации;
- неоднородностью, неточностью информации.

В моделировании, проектировании и анализе сложных организационно-технических систем широко используются экспертные системы, оперирующие экспертными оценками, основанными на опыте и знаниях эксперта (или группы экспертов).

Фундаментальной проблемой является проблема прогнозирования поведения слабоструктурированных процессов, протекающих в сложных организационных системах, поскольку результаты прогнозирования являются основой для принятия управленческих решений.

Традиционно прогнозирование развития процессов в условиях неопределенности основано на анализе временных рядов. Однако неопределенности слабоструктурированных процессов и соответствующих им ВР порождены как объективной, так и субъективной неопределенностью, присущей сложным организационно-техническим системам. Применительно к ВР эти неопределенности выражены в:

1. *Неопределенности значений ВР* – гетерогенном характере значений (количественном и качественном), неточности значений ВР;

2. *Неопределенности длины ВР* – недостаточности длины ВР (7 – 60 значений). Согласно концепции информационного подхода к измерению неопределенности при рассмотрении ВР, как сообщения, неопределенность для ВР убывает с увеличением его длины;

3. *Неопределенности поведения ВР* – нестационарном поведении ВР, нечеткости и нестабильности тенденций.

Временные ряды с вышеперечисленными неопределенностями в дальнейшем будем называть *временными рядами, обладающими высокой степенью неопределенности*.

При этом для многих предметных областей, таких как экономика, энергетика, ИКТ, образование, наука, социология, в которых статистика, формируемая по результатам мониторинга деятельности, собирается через большие временные интервалы, именно анализ таких ВР представляет практический интерес.

Традиционный путь учета факторов и оценивания неопределенности на основе вероятностного и статистического моделирования зачастую оказывается неадекватным решаемым задачам и может привести к неверным результатам в случае ВР, обладающих *высокой степенью неопределенности*.

Данный факт вызывает у исследователей и конечных пользователей систем анализа ВР трудности при выборе класса статистической модели, при оценивании адекватности и точности прогнозных значений. В случае качественно выраженных значений в лингвистической форме («низкое», «среднее», «небольшое», «скачок» и т. д.) применение количественных методов становится принципиально невозможным.

Поэтому важной научно-технической проблемой является анализ, моделирование и прогнозирование ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, выражающейся в сочетании свойств: небольшой длине (7 – 60 значений), нестационарности поведения, неточности значений и нечеткости тенденций. Решение обозначенной проблемы позволит моделировать поведение слабоструктурированных процессов, что создаст возможность для повышения качества принимаемых решений в сложных организационно-технических системах.

Новым классом пользователей систем анализа временных рядов в условиях широкого распространения баз данных готовы стать специалисты предметных областей, не имеющие высокой математической подготовки. Другим новым классом «пользователей» выступают экспертные системы поддержки принятия решений, системы интеллектуального анализа, использующие экспертные оценки и модели знаний в форме правил «Если-То».

Осуществляя регулярно *анализ данных и временных рядов из БД*, конечный пользователь ориентирован на решение *задач анализа* процессов в своей предметной области.

При этом *обнаружение тенденций (краткосрочных, среднесрочных)* на основе временных рядов выступает как отдельная задача анализа, которая приобретает особую актуальность для слабоструктурированных процессов.

Все это определяет современные требования со стороны пользователей к системам анализа временных рядов:

- анализ локальных тенденций ВР;
- быстрое и простое моделирование, не требующее специальной математической подготовленности пользователя;
- учет в моделях предметно-ориентированных знаний;
- лингвистическая интерпретация результатов.

Данные требования задают направление развития методологии анализа ВР, ключевыми аспектами которого можно считать повышение доступности и расширение сфер применения на ВР, обладающих высокой степенью неопределенности.

## 1.2. Обзор современных подходов к анализу временных рядов

*Подход к анализу временных рядов* определяется вычислительными структурами и предположениями, лежащими в основе моделирования (построение модели) динамического процесса, порождающего временной ряд, и на этой основе объединяет модели объектов и зависимостей между ними. Системный принцип позволяет рассматривать динамический процесс в виде динамической системы. По оценкам зарубежных и отечественных систематиков прогностики насчитывается свыше ста методов прогнозирования.

В настоящем параграфе предложен обзор методов моделирования ВР для целей прогнозирования, при этом методы и модели ВР сгруппированы в рамках следующих подходов: статистический, нейросетевой, нечеткий и гибридный.

### 1.2.1. Статистический подход к моделированию временных рядов

Статистический подход к моделированию ВР основывается на восстановлении по конкретному числовому временному ряду  $x_t$  приближенной модели, отражающей статистическую зависимость, для описания и численного прогноза поведения исследуемого процесса [Бендат, 1971; Бокс и др., 1974; Андерсон, 1976; Кендэл, 1981; Айвазян и др., 1998; Кашьяп, 1985; Канторович, 2002; Носко, 2002].

Общая статистическая модель числового временного ряда может быть представлена в виде

$$x_t = \lambda \cdot f(t) + \psi \cdot \varepsilon_t + \xi_t. \quad (1.1)$$

В этой модели наблюдаемый ряд  $x_t$  рассматривается как сумма некоторой систематической компоненты  $f(t)$  и случайной (стохастической) компоненты  $\varepsilon_t$ ;  $\lambda, \psi$  – целочисленные коэффициенты, принимающие



значения из множества  $\{0,1\}$ ;  $\xi_t$  – случайная ошибка с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

При  $\lambda = 0$  и  $\psi = 1$  модель (1.1) представляет поведение стационарных и нестационарных процессов стохастических систем. Это общий класс стохастических моделей ВР, учитывающих неопределенности влияния случайных факторов и позволяющих вычислять вероятность того, что некоторое прогнозируемое значение будет лежать в определенном интервале. Популярность базовой модели стохастического процесса класса «авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего» (АРПСС  $(p,d,q)$  или ARIMA  $(p,d,q)$ ) [Бокс, 1974]:

$$\alpha_p(L)(1-L)^d x_t = \beta_q(L)\varepsilon_t \quad (1.2)$$

обусловлена несколькими причинами: в свое время она позволила упростить процесс разработки модели временного ряда, получить модели широкого класса временных рядов (стационарных при  $d=0$  и нестационарных  $d>0$ ) с приемлемыми показателями точности, снизить требования к уровню специальной математической подготовке пользователя и реализована в распространенных статистических ППП.

Для стационарных случайных процессов статистические свойства ВР предполагаются постоянными

- $E(X_t) = \mu$ ;
- $D(X_t) = \sigma^2$ ;
- $Cov(X_t, X_{t+\tau}) = \gamma(\tau) \forall t$  и  $\tau$ .

Доказаны теоремы, позволяющие получать корректные оценки параметров соответствующих распределений по данным наблюдений, т. е. по некоторому временному ряду, если он удовлетворяет свойству эргодичности

$$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \gamma_t \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0.$$

Но не все стационарные ВР обладают свойством эргодичности, в частности, для ВР небольшой длины это свойство нарушается. Большинство применяемых методов анализа стационарных временных рядов использует следующие основополагающие утверждения: критерий согласия Колмогорова, теорема Вальда, теорема Гофдинга.

Фундаментальным утверждением является теорема Вальда (1938) о разложении, согласно которой любой стационарный случайный процесс может быть представлен в виде бесконечной линейной комбинации белых шумов [Wold, 1938].

Однако многие ВР, встречающиеся на практике, обычно не являются стационарными и не могут быть эргодичными. В этом случае все асимптотические критерии, гарантирующие увеличение точности аппроксимации с увеличением объема выборки, не состоятельны с точки зрения увеличения точности прогноза.

Методы прогнозирования нестационарных ВР, предложенные Хольтом, Брауном, Винтерсом, используют модель на основе экспоненциально взвешенных скользящих средних (ЕМА), описаны в работе [Лукашин, 2003] и являются частным случаем [Бокс, 1974] базовой модели  $ARIMA(p,d,q)$ .

Нестационарные ВР, приводящиеся к стационарным «взятием  $d$ -й разности», описываемые моделью  $ARIMA(p,d,q)$ , где параметр  $d$  указывает количество вычислений разности соседних уровней ВР, получили название DS ВР.

На практике не всегда удается построить адекватные и высокоточные  $ARIMA$ -модели нестационарных ВР вследствие недостаточного объема наблюдений и неизвестной закономерности в изменяющейся со временем статистической структуры временного ряда.

При  $\lambda = 1$  модель (1.1) представляет поведение динамических систем, обладающих систематикой, и может быть декомпозирована на трендовую, периодическую, сезонную компоненты, явно зависящие от времени [Андерсон, 1976; Кендэл, 1981]. Нестационарные ВР, приводящиеся к стационарным удалением детерминированного тренда (TS ВР), – частный случай модели (1.1).

При моделировании временных рядов широкое распространение получил метод регрессионного моделирования систематической компоненты (трендо-цикла при  $\lambda = 0$  и  $\psi = 1$  в модели (1.1)) ВР, позволяющий оценивать долговременную основную тенденцию [Андерсон, 1976; Кендэл, 1981]:

$$x_t = f(t) + \xi_t. \quad (1.3)$$

Однако для слабоструктурированных процессов, протекающих в сложных организационно-технических системах, и соответствующих им ВР характерно частое изменение систематики поведения из-за быстро меняющихся внешних и внутренних факторов, имеющих неизвестную природу. Это зачастую приводит к нарушениям предположений регрессионного анализа и не дает уверенности, что оптимально идентифицированная систематика сохранится в будущем.

При  $\lambda = 1$  и  $\psi = 1$  модель (1.1) представляет поведение сложных систем, динамика которых неясна, характеризуется высокой степенью неопределенности и обычно нестационарна. Комплексные модели, основанные на методах адаптивных моделей (регрессий и стохастических моделях), применяются в этих случаях [Валеев, 2001; Носко, 2002, Лукашин, 2003].

Методология моделирования ВР в рамках статистического подхода сводится к итеративному решению следующих задач (рис. 1.1):

1. Постулирование общего класса стохастической модели временного ряда.

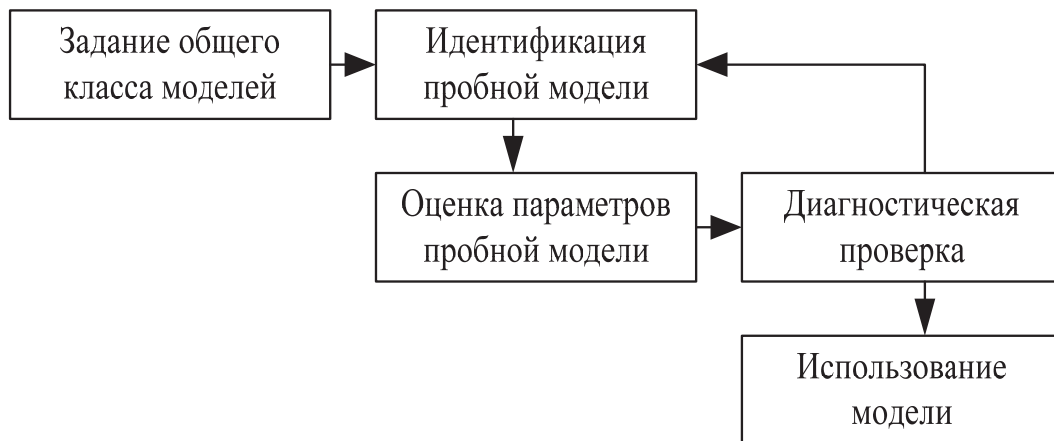


Рисунок 1.1. Этапы итеративного подхода к построению моделей

2. Структурно-параметрическая идентификация модели, заключающаяся в подборе порядка и оценивании параметров модели.

3. Анализ адекватности модели моделируемому временному ряду.

Обычно для этих целей исследуют остатки на независимость и нормальность распределения, а также анализируются их свойства стационарности и отсутствия автокоррелированности на основе проверки статистических гипотез и статистических критериев, таких как, например, критерий Фишера, критерий Дарбина-Уотсона и др. На практике для проверки стационарности ряда остатков и оценки его дисперсии чаще всего используют автокорреляционную и частную автокорреляционную функции. Результаты решения задачи проверки уровня адекватности модели, основанные на анализе соответствия построенной модели предположениям и ограничениям общей модели, представлены в различных шкалах и требуют экспертной оценки с целью принятия окончательного решения.

4. Применение и исследование модели.

Для повышения точности при моделировании ВР используют методы фильтрации и подгонки функции.

Проведенный анализ и обзор научных работ позволяет отметить следующие проблемы статистического подхода в моделировании ВР:

1. Не существуют однозначные критерии и методы определения факта наличия детерминированного тренда. Существуют статистические критерии проверки гипотезы о наличии тренда [Кендэл, 1981]. Но эти критерии используют двухальтернативный базис: тренд или случайная компонента (метод восходящих-нисходящих серий), тренд или периодическая компонента, регулярная или случайная компонента.

Следует также отметить существующую нечеткость при моделировании тренда, обусловленную тем, что выбор метода выделения тренда определяется экспертом, а различные методы выделения тренда в принципе генерируют различные ВР остатков, что приводит, в конечном счете, к построению различных моделей ВР.

2. Другой проблемой является практическое моделирование в ППП нестационарных ВР, для которых характерны нелинейность поведения при отсутствии детерминированного тренда, сезонности и цикличности.

Если в стационарном случае есть доказательная уверенность в асимптотической состоятельности оценок той или иной статистики, то в нестационарном случае отсутствует само понятие генеральной совокупности, что делает неприменимым весь развитый аппарат современной математической статистики, кроме тех случаев, когда априори задана функциональная принадлежность модели процесса. Однако на практике часто бывает неизвестно, к какому классу принадлежит распределение и является ли оно стационарным, причем оба этих фактора могут быть определены лишь с некоторой доверительной

вероятностью – корректно определенной, но только для стационарных процессов.

Нестационарные процессы, изучаемые в относительно малом числе публикаций, чаще всего относятся к определенным функциональным классам, проверка принадлежности к которым реальных процессов является гораздо более трудной задачей, чем проверка их на стационарность.

Проведенный автором тестирование и анализ свойств группы коротких ВР, значения которых построены по различным моделям стационарных и нестационарных стохастических процессов, количество которых варьировалось в пределах от 8 до 30 значений, позволяет обозначить следующие объективные причины указанной проблемы. Во-первых, недостаточная длина ВР, построенного с использованием моделей класса стационарных процессов, не позволяет отнести ВР к этому классу, так как на коротком участке времени его поведение часто характеризуется нестационарностью поведения. Установлено, что для ВР с длиной менее 20 невозможно решить задачу прогнозирования с помощью реализованных в широко известных ППП моделей класса АРПСС (ARIMA). Во-вторых, короткие ВР, построенные по нестационарным моделям класса DS (приводимых к стационарным методом взятия разностей), нередко выглядят и классифицируются как реализации нестационарного процесса класса TS (приводимые к стационарным удалением тренда), и наоборот. В-третьих, «остационаривание» коротких нестационарных ВР методами детрендривания или взятия конечных разностей часто не приводит к ожидаемому результату.

В адаптивных методах, например, экспоненциальных скользящих средних, не решен вопрос, по выборке какого объема следует проводить скользящее усреднение, чтобы получить наименьшую ошибку прогноза.

Решение этой проблемы, а также проблемы выбора значения постоянной сглаживания в существующих критериях оставляется на усмотрение эксперта в соответствии с его квалификацией и опытом, и зачастую требует для отдельного ВР отдельного исследования [Носко, 2002; Лукашин, 2003].

3. В задачах статистического анализа и прогноза стохастической компоненты ВР стремятся получить оптимальную модель из класса заданных, среднеквадратическое отклонение остатков которой минимально. Однако проблемой является выбор класса модели нестационарных ВР [Кашьяп, 1985; Носко, 2002]:

- а) «Ложная периодичность». Детрендинг ВР, описываемого моделью случайного блуждания с дрейфом (DS-модель или ПСС(1,1)) приводит к нестационарному ВР с «ложной периодичностью» [Nelson, Kang, 1981];
- б) «Паразитная автокоррелированность». Дифференцирование ряда с линейным трендом и белым шумом (TS-модель) приводит к необратимому процессу скользящего среднего (эффект Слуцкого – «паразитная автокоррелированность» соседних значений) [Hamilton, 1994];
- в) «Ложные» регрессии и проблема определения принадлежности временных рядов небольшой длины к стационарным и нестационарным (DS и TS ) классам [Nelson, Plosser, 1982].

Несмотря на обилие математических моделей, методов и критериев, которые во многих случаях позволяют получать высокоточные модели, статистический подход к моделированию ВР не лишен недостатков и ограничений, к которым можно отнести:

1. Ограничение на класс моделируемых процессов.

Моделируются статистические зависимости (регрессионные и авторегрессионные). Авторегрессионные зависимости моделируются для следующих компонент ВР: уровней ВР, их разностей и случайной компоненты. Проблемы, связанные с прогнозированием нестационарных ВР и с нарушением предположения о независимости и нормальности распределения наблюдений приведены в работах [Канторович, 2002; Осьминин, 2008].

## 2. Ограничение на длину ВР.

Статистические модели характеризуются невысоким качеством при моделировании коротких временных рядов (количество наблюдений меньше 40 [Бокс и др., 1974; Khashei, 2008] ).

## 3. Ограничения ресурсов.

Достаточно высокая трудоемкость процесса построения и выбора моделей временных рядов из множества адекватных и адаптации моделей к новым наблюдениям, высокая квалификация разработчика модели, нередко требующая диссертационного исследования [Канторович, 2002; Сергейчик, 2007; Беляков, 2005; Осьминин, 2008].

## 4. Ограничения информативности.

Модель представлена в виде набора числовых параметров структуры, числовых оценок коэффициентов, числовых оценок адекватности модели. Результаты моделирования представлены в виде числовых оценок уровней ВР и показателей точности модели. Все эти числовые оценки требуют дополнительного анализа и лингвистической оценки.

## 5. Ограничения неопределенности.

Рассматривается и моделируется неопределенность одного типа – стохастическая. Субъективная неопределенность не является предметом моделирования в статистическом подходе.



Следовательно, можно сделать вывод, что анализ ВР в рамках статистического подхода при несомненных достоинствах и широком признании не ориентирован на прогнозирование ВР, обладающих высокой степенью неопределенности. Кроме того, в статистических моделях не предусмотрена лингвистическая интерпретация данных и результатов, а в современных условиях это качество моделей востребовано специалистами предметных областей и необходимо системам добычи данных (Data Mining системам), экспертным системам и системам интеллектуального анализа, оперирующим лингвистически выраженными значениями.

В настоящее время активно развивается новое направление Time Series Data Mining для решения проблемы анализа ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, на основе методов и моделей искусственного интеллекта, в частности, нейросетевых и нечетких моделей. Не претендуя на высокую точность, эти методы ориентированы на «быстрое и простое» извлечение «полезной» для конечных пользователей информации и существенно отличаются от нашедших широкое применение в технике и теории управления методов работы со стационарными случайными процессами.

### **1.2.2. Нейросетевой подход к моделированию временных рядов**

В нейросетевом подходе задача прогнозирования временных рядов формулируется как задача распознавания образов, для решения которой формируется обучающая последовательность данных ВР, и нейронная сеть обучается распознавать соответствующие образы [Барский, 2004; Борисов и др., 2007; Горбань, 1990; Ротштейн, 1999; Козадаев, 2008; Круглов, 2001; Ярушкина, 2004; Ширяев, 2007; Яхьяева, 2006; Афанасьев и др., 2001а].

Широкое распространение нейронных сетей в разных областях объясняется тем, что во многих случаях формализация процедур решения

сложных задач в экономике, медицине, технике, военном деле зачастую оказывается очень трудоемкой, либо невозможной.

Основной элемент нейронной сети – это формальный нейрон, осуществляющий операцию нелинейного преобразования суммы произведений входных сигналов на весовые коэффициенты

$$y = F\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right) = F(WX),$$

где  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  – вектор входного сигнала;

$W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  – вектор весовых коэффициентов (оцениваемые параметры);

$F$  – функция нелинейного преобразования.

Способности нейронной сети к прогнозированию ВР напрямую следуют из ее способности к обобщению и выделению скрытых зависимостей между входными и выходными данными. После обучения сеть способна предсказать будущее значение ВР на основе нескольких предыдущих значений.

Моделирование ВР в рамках нейросетевого подхода сводится к задаче наилучшей аппроксимации нелинейной функции от многих переменных по набору примеров, заданных историей ВР [Ширяев, 2007]:

$$\hat{y}_{k+1} = \varphi(y_k, \dots, y_{k-n+1}) + \varepsilon_{k+1},$$

где  $\hat{y}_{k+1}$  – прогнозируемое значение уровня ВР;

$y_k, \dots, y_{k-n+1}$  – наблюдаемые значения уровней ВР;

$\varphi(y_k, \dots, y_{k-n+1})$  – некоторая нелинейная функция, параметрической моделью которой служит нейронная сеть;

$\varepsilon_{k+1}$  – ошибка прогноза;

$n$  – порядок модели.

Технически обучение заключается в нахождении коэффициентов

связей между нейронами при минимизации среднеквадратичного отклонения ошибки  $\varepsilon_{k+1}$ . В процессе обучения нейронная сеть способна выявлять сложные нелинейные зависимости между входными данными и выходными, а также выполнять обобщение. Это значит, что, в случае успешного обучения, сеть сможет вернуть верный результат на основании данных, которые отсутствовали в обучающей выборке.

Математическую основу нейросетевого подхода при моделировании и прогнозировании ВР образует ряд теорем [Ширяев, 2007]. Доказана обобщенная аппроксимационная теорема [Колмогоров, 1956]: с помощью операций сложения, умножения и суперпозиции можно из произвольного нелинейного элемента получить устройство, вычисляющее любую непрерывную функцию с любой наперед заданной точностью. По теореме Такенса [Takens, 1981], если ВР порождается динамической системой, то есть значения  $y_k$  есть произвольная функция состояния этой системы, то существует «глубина погружения»  $n$ , которая обеспечивает однозначное предсказание следующих значений уровней ВР с помощью некоторого функционального преобразования, явно не зависящего от  $k$ . Согласно теореме о полноте [Горбань, 1998] любая непрерывная функция на замкнутом ограниченном множестве может быть равномерно приближена функциями, вычисляемыми нейронными сетями, если функция активации нейронов дважды непрерывно дифференцируема и нелинейна. Японским ученым Фунахаши была доказана теорема о нейронной сети как функциональном универсальном аппроксиматоре [Bothe, 1997]. Это означает, что нелинейная функция нейрона может быть произвольной: от сигмоидальной до произвольного волнового пакета или вейвлета, синуса или полинома. От выбора нелинейной функции может зависеть сложность конкретной сети, но с любой нелинейностью сеть остается универсальным аппроксиматором и при правильном выборе структуры может сколь угодно

точно аппроксимировать функционирование любого непрерывного автомата.

Таким образом, задача прогнозирования временных рядов с помощью ИНС сводится к задаче восстановления оценки нелинейной функции  $\varphi(y_k, \dots, y_{k-n+1})$  по набору примеров, заданных историей ВР, и реализуется в виде последовательности этапов [Ярушкина, 2004; Ширяев, 2007]:

- сбор данных для обучения;
- подготовка и нормализация данных;
- выбор топологии нейронной сети;
- экспериментальный подбор характеристик нейронной сети;
- экспериментальный подбор параметров обучения;
- обучение нейронной сети;
- проверка адекватности обучения;
- корректировка параметров, окончательное обучение;
- вербализация сети с целью дальнейшего использования.

Таким образом, искусственные нейронные сети являются результативным инструментом моделирования и прогнозирования временных рядов, позволяющим снизить требования к квалификации пользователя. Однако создаваемые модели временных рядов с помощью ИНС невозможно интерпретировать в терминах предметной области, не предусматривают интерпретацию результатов прогнозирования ВР, не имеют средств анализа и прогноза качественно выраженных значений, небольшая длина нестационарных ВР не позволяет ИНС провести качественное обучение. Все вышперечисленное ограничивает широкое применение ИНС для задач анализа ВР, обладающих высокой степенью неопределенности.

### **1.2.3. Нечеткий подход к моделированию временных рядов**

Для специалиста, эксперта, пользователя баз данных значения ВР имеют дополнительную характеристику в виде экспертной оценки, что образует лингвистическую трихотомию «знак-значение-обозначение». Использование экспертных оценок широко распространено в анализе процессов в сложных технических, экономических, социальных системах.

Использование экспертных знаний нашло отражение в моделях нечеткого подхода, рассматривающих ВР как реализацию нечеткого динамического процесса, получившего название нечеткого ВР [Song, 1993а, Ярушкина, 2004].

Нечеткое моделирование временных рядов представляет новую научную область, специфика которой по отношению к статистическому и нейросетевому моделированию ВР определяется нечеткими значениями, а по отношению к нечетким моделям – более сложной организацией вычислений.

Представление временных рядов в классе нечетких временных рядов основывается на предположении, что возможна и имеется лингвистическая интерпретация значений ВР, основанная на понятии нечетких множеств. Эта семантически значимая интерпретация значений ВР, относящаяся как к его значениям, так и к временным моментам, выраженная в нечетких лингвистических оценках, зависит от сущности и контекста свойств наблюдаемого объекта, а также от восприятия эксперта, выполняющего интерпретацию [Орловский, 1981; Дубровский, 1884; Борисов и др. 1989; Ярушкина, 1997; Домрачев, 2001; Ротштейн, 1999; Ярушкина, 2004; Павлов, 2006; Ермоленко, 2008]. Восприятие интегрирует компетентностную, временную и пространственную позицию эксперта. В то же время нечеткий ВР может быть получен и на основе абстрактных лингвистических оценок, так как работа эксперта дорогостояща и трудоемка.

Прикладной аспект проблематики анализа нечетких временных рядов определяется возможностью расширения множества задач обработки ВР, множества технологий их решения за счет оперирования не только количественной, но и качественной информацией.

Так, тестирование качества процессов телекоммуникационных сетей на практике нередко сводится к измерению параметров производительности сети NP (Network Performance) при различных значениях параметров поступающей нагрузки трафика сети.

Для проектировщиков и системных администраторов результаты тестирования телекоммуникационных сетей удобно интерпретировать в терминах экспертных оценок значений «низкий», «высокий», «скачок» и классифицировать процессы по тенденциям «рост», «падение», «стабильность» и т. д. Такие оценки не учитывают незначительные изменения и могут описывать поведение системы в виде лингвистических временных рядов. Анализ лингвистических рядов и их тенденций формальными методами позволит оценить эффективность тестируемой системы, извлечь качественные зависимости, использовать их в задачах прогнозирования параметров сети для повышения обоснованности принятия технических решений.

Анализ временных рядов технико-экономических показателей малых и средних предприятий для оценки эффективности их деятельности является одним из узких мест, в силу большого количества гетерогенных временных рядов различной длины (от очень коротких до средних). Такие ВР отражают слабоструктурированные процессы и в большинстве случаев характеризуются нестационарным поведением. Проведение научно обоснованного статистического анализа и прогнозирования таких временных рядов сопряжено с определенными трудностями. Поэтому на практике оценка эффективности деятельности предприятия

осуществляется экспертно на основе правил, оперирующих качественными понятиями «повышение», «снижение», «ниже критического уровня», «выше критического уровня» и др.

### Основы нечеткого моделирования временных рядов

Предположим, что задан процесс, состояния которого описываются  $n$  значениями одной переменной.

В результате наблюдения получен ВР этой переменной, представляющий последовательность упорядоченных в равноотстоящие моменты времени пар  $\{x_i, t_i\}$ , таких, что  $\forall x_i \in X, X \subset R^1, t_i \in N,$

$i \in [1, n]$ . Значение  $x_i$  называют значением ВР.

**Определение 1.1.** *Нечетким временным рядом* [Ярушкина, 2004] называют упорядоченную в равноотстоящие моменты времени последовательность наблюдений над некоторым процессом, состояния которого изменяются во времени, если значение состояния процесса в момент  $t_i$  может быть выражено с помощью нечеткой метки  $\tilde{x}_i$ .

Нечеткая метка  $\tilde{x}_i$  может быть сформирована непосредственно экспертом или получена на основе некоторого преобразования исходного ВР.

Во втором случае она связана с исходным значением ВР. Введем для обозначения этой связи функционал *Fuzzy*, такой что

$$\tilde{x}_i = Fuzzy(\mu_{\tilde{x}_i}(w), x_i),$$

где  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $\tilde{X}$  – множество нечетких меток;  $w$  – носитель (интервал на  $X$ ) нечеткой метки  $\tilde{x}_i$ ,  $x_i \in w$ ;  $\mu_{\tilde{x}_i}(w) \in [0,1]$  – функция принадлежности нечеткой метки  $\tilde{x}_i$  уровню ВР  $x_i$ , обычно треугольной формы [Zadeh, 1995].

**Определение 1.2.** Носитель нечеткой метки  $\tilde{x}_i$  – это четкое множество  $w \subseteq B$  таких точек  $x_i \in w$ , для которых  $\mu_{\tilde{x}_i}(w) > 0$ , где  $B \subset X$  – базовое множество нечетких меток  $\tilde{X}$ .

Таким образом, нечеткий ВР формируется в результате интервального качественного оценивания значений числового ВР. Интервалы-носители нечетких меток, образованные на множестве  $X$ , обязательно пересекаются. Качественный аспект нечеткой метке придает функция  $\mu_{\tilde{x}_i}(w) \in [0,1]$ .

На рис. 1.2 изображен абстрактный нечеткий ВР, каждой нечеткой метке  $\tilde{x}_i$  соответствует нечеткое множество, задаваемое функцией принадлежности.

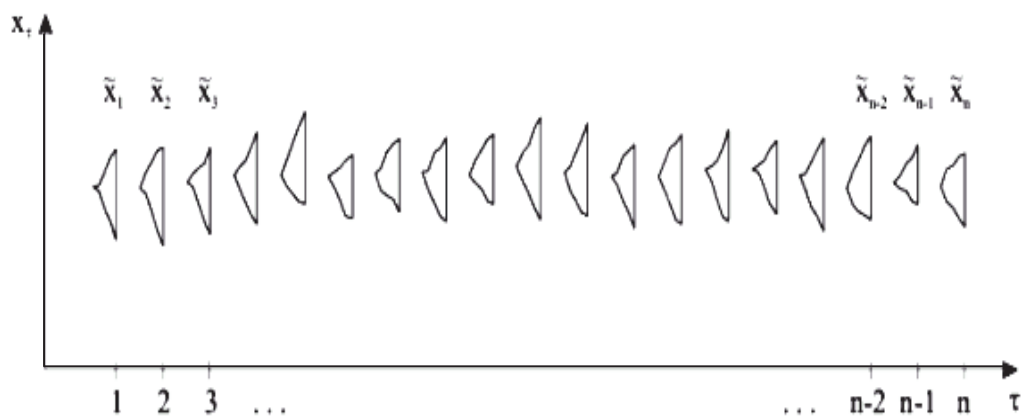


Рисунок 1.2. Абстрактный нечеткий временной ряд

В дальнейшем для краткости будем использовать функцию получения нечеткого значения ВР в виде:

$$\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t).$$

В отличие от традиционного ВР значениями нечеткого ВР являются нечеткие множества, а не действительные числа. В 1993 году Song и Chissom [Song, 1993а,б] предложили модели нечетких временных рядов



первого порядка (first-order) и применили разработанные модели для прогнозирования количества регистрирующихся студентов университета штата Алабама (США), фаззифицировав предварительно числовой ВР. Это было первое применение нечетких моделей при моделировании ВР и первое определение моделей нечетких временных рядов.

Математическую основу НВР составляют нечеткие модели и теоретические выводы [Борисов, 2007], в частности, теорема FAT (Fuzzy Approximation Theorem, Коско, 1992), согласно которой функциональная зависимость, заданная на компактном множестве, может быть аппроксимирована нечеткой моделью. Ванг (1992 г.) показал, что нечеткая модель вида «Если-То» является универсальным аппроксиматором, то есть может приближать любую непрерывную функцию с произвольной точностью. В 1995 г. Кастро доказал справедливость свойства универсальной аппроксимации для широкого спектра нечетких моделей.

В связи с этим с начала 1993 года идет становление теории и практики моделирования НВР, которое развивается в трудах иностранных ученых, таких как Q. Song, B. Chissom, S. Chen, Q. Tanaka, M. Sah, V. Pedrich, V. Novak, A. Jilani, Q. Hwang, I. Perfilieva, а также в работах отечественных ученых – Н. Ярушкиной, И. Батыршина, С. Ковалева, Ю. Кудинова, К. Дегтярева.

Целью нечеткого моделирования числового ВР  $Y = x_t, x_t \in X, t = 1, 2, \dots, n$  является идентификация нелинейной модели, описывающей динамику исследуемого процесса, в виде модели НВР  $p$ -го порядка [Song, 1993а,б]:

$$\tilde{X}_t = (\tilde{X}_{t-1} \times \tilde{X}_{t-2} \times \dots \times \tilde{X}_{t-p}) \circ R(t, t-p),$$

$$R(t, t-p) = \max_p \left\{ \min_{j, i_1, i_2, \dots, i_p} \left\{ \tilde{x}_t^j, \tilde{x}_{t-1}^{i_1}, \dots, \tilde{x}_{t-p}^{i_p} \right\} \right\}, \quad (1.4)$$

где  $\tilde{X}_t$  – нечеткие множества (функции принадлежности), заданные на  $X$ ;  $R(t, t-p)$  – система нечетких отношений;  $\circ$  – операция *max-min* композиции.

Данная модель имеет лингвистическую интерпретацию в виде базы нечетких правил «Если-То»:

$R(t, t-p)$ : Если  $x_{t-p}$  есть  $\tilde{x}_{t-p}$ ,  $x_{t-p+1}$  есть  $\tilde{x}_{t-p+1}, \dots, x_{t-1}$  есть  $\tilde{x}_{t-1}$ , то  $x_t$  есть  $\tilde{x}_t$ .

При моделировании числовых ВР в рамках нечеткого динамического процесса числовые значения предварительно преобразуют в нечеткие (фаззифицируют)

$$\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t),$$

а результаты – дефаззифицируют

$$x_t = deFuzzy(\tilde{x}_t).$$

### **Нечеткое сглаживание временного ряда**

Нечеткое сглаживание временных рядов – это методика, разработанная И. Перфильевой [Перфильева, 2003], которая может быть отнесена к методикам нечеткого приближения функции на основе нечеткого преобразования. Положительным свойством F-преобразования, важным для использования в качестве метода сглаживания ВР, наряду с простыми вычислительными процедурами, является выделение основной тенденции в форме кусочно-линейного тренда и сжатие ВР.

Нечеткое преобразование (F-преобразование) представлено для непрерывных функций  $y=f(x)$  и для функций на дискретном наборе точек. В этом случае F-преобразование называется дискретным нечетким преобразованием, которое и используется для анализа временных рядов.

F-преобразование предполагает задание нечеткого разбиения универсального множества  $X$ . В качестве последнего выбирается конечный

интервал  $[a, b,]$  действительной прямой. Зафиксируем  $n$  ( $n \geq 2$ ) узлов  $x_1, \dots, x_n$  на  $[a, b,]$  и предположим, что  $x_1 \prec \dots \prec x_n$ , причем  $a = x_1, b = x_n$ .

**Определение 1.3.** [Perfileeva, 2006]. Под нечетким разбиением  $[a, b,]$  будем понимать совокупность  $n$  функций  $A_1, \dots, A_n : [a, b] \rightarrow [0, 1]$ , удовлетворяющих следующим свойствам:

1)  $A_k : [a, b] \rightarrow [0, 1], A_k(x_k) = 1$ ;

2)  $A_k(x) = 0$ , если  $x \notin (x_{k-1}, x_{k+1})$ , где для единообразия обозначения

мы положим  $x_0 = a, x_{n+1} = b$ ;

3)  $A_k(x)$  непрерывна;

4)  $A_k(x), k = 2, \dots, n$  строго возрастает на  $[x_{k-1}, x_k]$  и

$A_k(x), k = 1, \dots, n-1$ , строго убывает на  $[x_k, x_{k+1}]$ ;

5) для всех  $x \in [a, b]$   $\sum_{k=1}^n A_k(x) = 1$ .

Функции  $A_1, \dots, A_n$  называются *базисными функциями*. Базисные функции  $A_1, \dots, A_n$  могут служить также функциями принадлежности нечетких подмножеств  $A_1, \dots, A_n$  (обозначения функций и множеств унифицированы) и лингвистически обозначают временные интервалы ВР.

Отметим, что форма базисных функций может быть уточнена дополнительно и согласована с такими требованиями к модели, как, например, гладкость. Следующие формулы представляют нечеткое разбиение отрезка  $[x_1, x_n]$ , полученное совокупностью функций:

$$\begin{aligned}
A_1(x) &= \begin{cases} 1 - \frac{(x-x_1)}{h_1}, & x \in [x_1, x_2], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \\
A_k(x) &= \begin{cases} \frac{(x-x_{k-1})}{h_{k-1}}, & x \in [x_{k-1}, x_k], \\ 1 - \frac{(x-x_k)}{h_k}, & x \in [x_k, x_{k+1}], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \\
A_n(x) &= \begin{cases} 1 - \frac{(x-x_{n-1})}{h_{n-1}}, & x \in [x_{n-1}, x_n], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}
\end{aligned} \tag{1.5}$$

где  $k = 1, \dots, n-1$ , и  $h_k = x_{k+1} - x_k$ .

Предположим, что функция  $f$  имеет своей областью определения множество  $P = \{p_1, \dots, p_l\} \subset [a, b]$ , где  $l > n$ . Множество  $P$  считается плотным относительно нечеткого разбиения  $A_1, \dots, A_n$ , если выполнено условие:

$$(\forall k) (\exists j) A_k(p_j) > 0.$$

Пусть  $A_k(p_j) = a_{kj}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, l$ , тогда матрица  $A_{n \times l} = (a_{kj})$  называется матрицей нечеткого разбиения для  $P$ , для которой справедливы свойства:

$$1) (\forall k) (\forall j) a_{kj} \in [0, 1];$$

$$2) (\forall j) \sum_{k=1}^n a_{kj} = 1.$$

Отождествляя функцию  $f : P \rightarrow R$  с множеством ее значений на  $P$ , т. е.  $f = (f_1, \dots, f_l)$ , где  $f_j = f(p_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, l$ , отметим, что  $f \in R^l$ , где  $R^l$  – множество  $l$ -мерных векторов с действительными координатами.

**Определение 1.4.** [Perfilieva, 2006]. F-преобразованием вектора  $f \in R$ , определяемым матрицей нечеткого разбиения  $A$ , назовем вектор

$$F_n[f] \in R^n, \text{ где } F_n[f] = (F_1, \dots, F_n) \text{ и } F_i = \frac{\sum_{j=1}^l a_{ij} f_j}{\sum_{i=1}^l a_{ij}}.$$

Координаты вектора  $F_n[f]$  назовем компонентами F-преобразования.

Обозначим  $a_i = \sum_{j=1}^l a_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ; тогда  $(a_1 F_1, \dots, a_n F_n)^T = A \cdot f$ .

Компоненты F-преобразования являются точками минимума функции, задающей критерий взвешенного среднеквадратичного отклонения.

**Теорема 1.1** [Perfilieva, 2006]. Пусть имеют место все вышеизложенные предположения относительно  $A_1, \dots, A_n, P, f$ .

Тогда компоненты  $F_n[f] = (F_1, \dots, F_n)$  F-преобразования функции  $f$  минимизируют следующую функцию действительных переменных  $y_1, \dots, y_n$

$$\Phi(y_1, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l (f_j - y_i)^2 \cdot a_{ij}.$$

**Определение 1.5.** [Perfilieva, 2006]. Пусть  $f \in R^l$  и  $F_n[f] \in R^n$  есть F-преобразование  $f$ , определяемое матрицей  $A_{n \times l} = (a_{kj})$ . Обратным F-преобразованием  $F_n[f]$  назовем вектор  $f_{F,n} \in R^l$ , вычисляемый по формуле  $f_{F,n}^T = F_n[f] \cdot A$ .

Можно доказать, что если  $n$  возрастает, тогда  $f_{F,n}(p_j)$  сходится к  $f(p_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, N$ .

Примеры прямого и обратного F-преобразования ВР представлены на рис. 1.3 и 1.4.

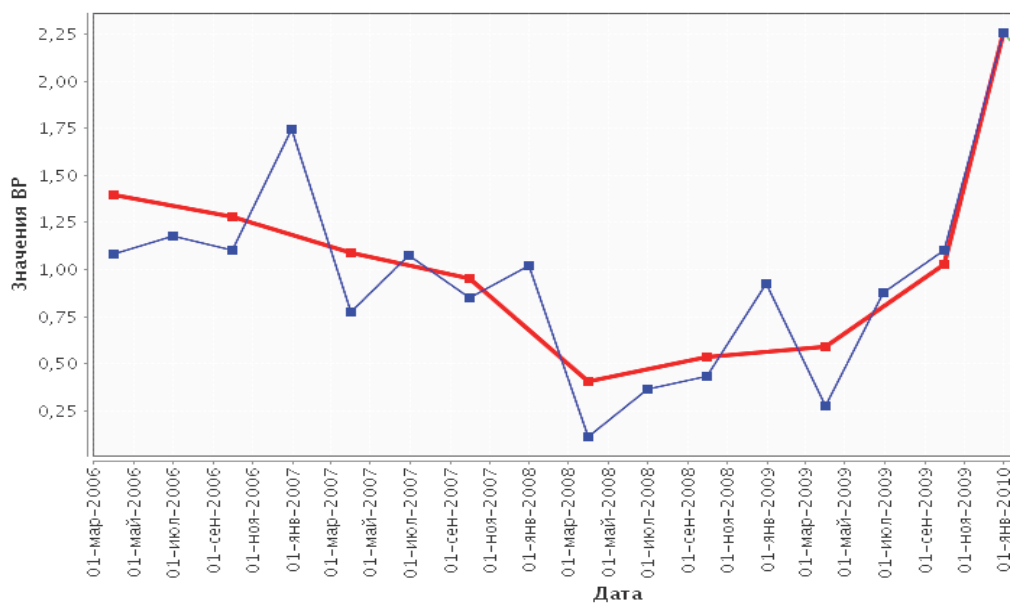


Рисунок 1.3. Пример прямого F-преобразования ВР

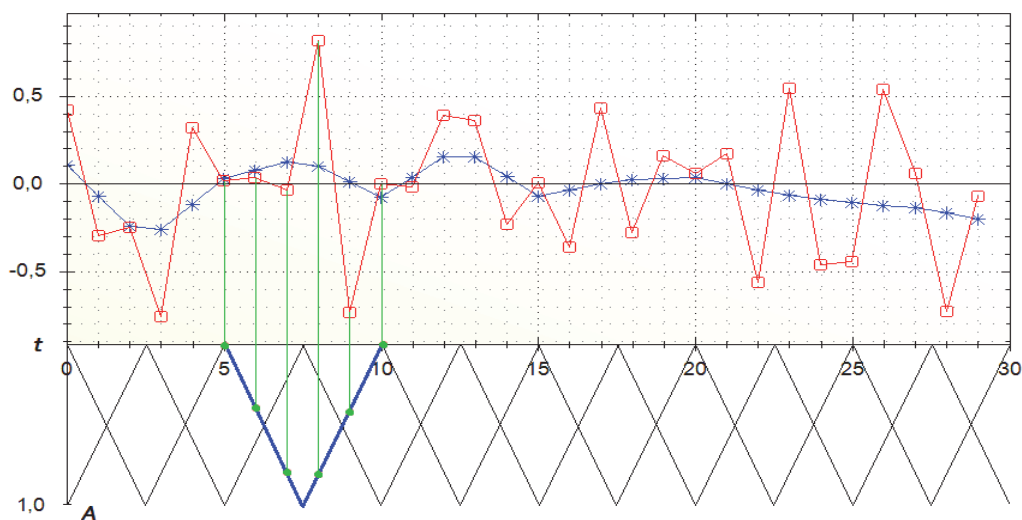


Рисунок 1.4. Пример обратного F-преобразования ВР

$F$ -преобразование имеет (кроме прочих) следующие свойства, важные для использования в качестве сглаживания временных рядов: (а) у него прекрасные фильтрующие свойства; (б) его легко вычислять; (с)  $F$ -преобразование стабильно относительно выбора точек  $p_1, \dots, p_N$ . Это

означает, что при выборе других точек  $p_k$  (и, возможно, изменяя их число  $N$ ), результирующая функция  $f_{F,n}$  значительно не меняется.

### Обзор методов моделирования нечетких временных рядов

Главной задачей при построении модели динамического процесса в виде НВР является идентификация его модели по наблюдениям  $X = (x_t), t = 1, 2, \dots, n$ . в форме нечетких правил «Если-То». Эти правила используются для «вычисления» приближенных значений  $\hat{X} = (\hat{x}_t), t = 1, 2, \dots, n$ .

Условия применимости алгоритма нечеткого моделирования числового ВР:

1. Задать значения ВР :  $X = (x_t), t = 1, 2, \dots, n$ .
2. Определить универсальное множество  $U = \{ nmin, nmax \}, U \supset X$ , параметры и набор функций принадлежности нечетких множеств, определенных на этом универсальном множестве  $\tilde{X} = (\tilde{x}_i), i = 1, 2, \dots, m$ .

Моделирование НВР в соответствии с нечеткой моделью, предложенной в работе [Song, 1993a], состоит в реализации следующих шагов.

1. Фаззификация значений ВР  $\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t), t = 1, 2, \dots, n$ .

$$\tilde{x}'_t = \tilde{x}_k, \text{ если } \tilde{x}_k(x_t) \geq \tilde{x}_j(x_t), \\ \forall j = 1, 2, \dots, m$$

2. Формирование отношения вида  $R_{t,t-1} : \tilde{x}_{t-1} \rightarrow \tilde{x}_t, t = 2, 3, \dots, n$ . Так как это выражение соответствует нечеткой импликации, то его можно представить в лингвистической форме

$$R(t,t-1) : \text{Если } x_{t-1} \text{ есть } \tilde{x}_{t-1}, \text{ то } \hat{x}_t \text{ есть } \tilde{x}_t.$$

Модель НВР, согласно Сонгу, представима в форме уравнения:

$$\tilde{X}_t = \tilde{X}_{t-1} \circ R(t,t-1).$$

«Вычисление» по данной модели числовых значений временного ряда  $\hat{X} = (\hat{x}_t), t = 1, 2, \dots, n$  выполняется с помощью алгоритма Мамдани [Круглов, 2001, Ярушкина, 2004]:

1. Присвоить  $t=2$ .
2. Пока  $t \leq n$  выполнять:
  - a. Фаззифицировать входные данные – определение степени принадлежности входных данных входным нечетким переменным. Подставить значения  $x_{t-1}$  в левые части нечетких правил и вычисление вектора коэффициентов  $z_j = \tilde{x}_{j1}(x_{t-1}), j = 1, 2, \dots, r$ .
  - b. Вычислить результат применения нечеткого правила  $R_{ij}(t, t-1)$  для каждой импликации  $R_{i,t-1} : \tilde{x}_{t-1} \rightarrow \tilde{x}_t, t = 2, 3, \dots, n$ .  
Модифицировать правые части нечетких правил  $\tilde{x}'_{j2} = \min(\tilde{x}_{j2}, z_j), j = 1, 2, \dots, r$ .
  - c. Провести агрегацию правых частей нечетких правил  $\tilde{x}'_t = \max(\tilde{x}'_{j2}), j = 1, 2, \dots, r$ .
  - d. Вычислить приближенное значение числового ВР

$$\hat{x}_t = \frac{\int_{n \min}^{n \max} x \cdot \tilde{x}'_t(x) dx}{\int_{n \min}^{n \max} \tilde{x}'_t(x) dx}$$

- e. Перейти к оцениванию следующего члена ВР  $t = t + 1$ .

Предложенная Сонгом [Song, 1993a] модель НВР имеет следующие недостатки:



1. Экспертное задание количества входных, выходных переменных и параметров нечетких множеств.
2. При реализации нечеткой композиции (макс-мин) модели, требуется большое количество вычислений, особенно, когда нечеткое отношение очень велико.
3. Отсутствуют возможности проверки на полноту и непротиворечивость базы правил и поиска наилучшей модели, что приводит к недостаточной точности модели.
4. Не реализован анализ нечетких тенденций ВР.
5. Отсутствуют критерии качества нечеткого моделирования.

Чен [Chen, 1996], полагая, что метод Сонга [Song, 1993a] слишком сложен для применения, предложил использовать арифметические операции вместо логической максиминной композиции.

После этих работ началось всестороннее исследование предложенных нечетких моделей ВР, было разработано множество расширений и выявлены проблемы НВР.

Одной из проблем в нечетком моделировании ВР является отсутствие четких рекомендаций на первом этапе построения модели по выбору количества и параметров нечетких множеств, моделирующих входные и выходные переменные, в частности, по определению их носителей (длины интервалов). Данные задачи выполняются экспертом, и, как показывают исследования, от выбора интервалов сильно зависит результат исследования.

Проблема длин интервалов ставилась, но должным образом не обсуждалась, пока эффективные длины интервалов не были исследованы в работе [Huang, 2001a]. Исследование показало, что различные длины интервалов могут привести к различным нечетким отношениям и, в свою очередь, породить различные модели и результаты прогноза.

Чен с соавторами в работе [Chen, 2004] предложили метод прогнозирования для нечетких временных рядов применительно к данным регистрации студентов университета штата Алабама. В методе они использовали повторное деление изначально выбранных интервалов на 4, 3, 2 части в зависимости от того, в каком интервале содержится большее количество наблюдаемых данных. Они использовали эвристические правила, позволяющие определить тенденцию на интервале.

В работе [Chen, 2006] авторы предложили метод определения длины интервалов, основой которого является генетический алгоритм.

В работе [Jilani, 2007] был исследован метод выбора эффективной длины интервалов на основе среднего значения разницы между соседними уровнями ВР и знаний эксперта, формализованных в виде таблицы, по которой определяется интервал.

Для повышения точности модели ВР авторы работы [Khashei, 2008] использовали способ построения функций принадлежности, в частности интервалов, на которых они строятся, в зависимости от частотности соответствующих этим интервалам наблюдений. Также приводятся приложения методов анализа НВР к прогнозу абитуриентов университета штата Алабама (эти данные используют практически все исследователи для сравнения результатов), для прогнозирования аварий на дорогах в Бельгии, для прогноза погоды. Затем показано, что предлагаемый метод превосходит по точности другие методы моделирования НВР.

Сонг [Song, 2003] продолжил исследование Чена, используя функцию автокорреляции как меру зависимости между нечеткими данными для выбора подходящего порядка в модели нечетких временных рядов. Он пришел к выводу, что применение моделей второго и третьего порядка более эффективно, чем первого.

Онэн и Ю [Own, 2005] предложили эвристическую модель старших порядков, введя эвристическую функцию. Авторы в работе [Tsaug, 2005] использовали понятие энтропии, чтобы измерить степень нечеткости системы и определять время  $T$ , для которого данные приближаются к устойчивому состоянию.

В работе [Hwang, 1998, Şah, 2004] предложена модификация метода Сонга, в которой вместо значений ВР для составления универсума, на котором построены нечеткие множества, используются приращения (изменения соседних уровней ВР).

Хуарнг [Huarng, 2001] усовершенствовал модель Чена, используя эвристики – неформальные, интуитивные стратегии, которые выражают ожидания экспертов/аналитиков относительно тренда регистрации студентов в будущем году (так называемые тренды роста/снижения/стабильности).

Практическое применение нечеткого моделирования в задачах прогнозирования рассмотрено также в работах [Абрахин, 2008а,б; Алиев, 1990; Афанасьева и др., 2011е; Дегтярев, 2007, 2008; Кудинов и др. 2007; Кудинов, 2008; Макаров и др., 2007; Новак и др., 2008; Новак, 2008; Павленко, 2008; Палюх, 2008; Ярушкина, 2007].

Таким образом, уже в этих исследованиях намечается новое направление, связанное с повышением точности моделей НВР за счет применения алгоритмов поиска оптимальных носителей нечетких множеств, выбора порядка моделей и выделением правил, описывающих изменения локальных тенденций в структуре нечеткого ВР.

Приведенный выше обзор подходов к нечеткому моделированию позволяет сделать некоторые выводы и обозначить проблемы.

Нечеткие временные ряды появились как эволюционное развитие формализма нечетких множеств в пространство математических моделей анализа поведения временных рядов.

Для временных рядов различной природы моделирование и анализ их поведения с привлечением дополнительных знаний, описывающих неопределенность на основе нечетких множеств, как представляется, позволит не только решать традиционные задачи анализа числовых ВР, но и существенно расширить их круг за счет обработки ВР, обладающих высокой степенью неопределенности.

Лингвистические термы НВР, моделируемые нечеткими множествами, могут явно отражать семантику объектов прикладной области, формализация которой в модели, с одной стороны, повышает степень ее адекватности, а, с другой стороны, улучшает ее понимание прикладными пользователями.

В то же время нечеткие модели временных рядов требуют дальнейшего исследования и развития методологии для решения вопросов, связанных с устранением ограничений, а также для получения их сравнительной эффективности в задачах прогнозирования по внешним показателям качества, вычисляемым на тестовых примерах.

#### **1.2.4. Анализ соответствия подходов анализа ВР современным требованиям**

Соответствие рассмотренных методов анализа ВР в рамках статистического, нейросетевого и нечеткого подхода современным требованиям конечных пользователей, рассмотренных в параграфе 1.1, сведено в таблицу 1.1 и может быть представлено следующими стратами.

1. *На уровне пользователей.* Снижение требований к специальной математической подготовке пользователей.

2. *На уровне выходных данных.* Генерация результатов в числовой и лингвистической формах.
3. *На уровне входных данных.* Временные ряды, обладающие высокой степенью неопределенности.
4. *На уровне критериев.* Разработка новых критериев оценки качества, позволяющих сравнивать модели различных классов на соответствие поведению исследуемого ВР.
5. *На уровне моделей.* Построение простых, легко интерпретируемых моделей анализа временных рядов и их тенденций, учитывающих предметно-ориентированные знания пользователя, такие как допустимый уровень погрешности в данных, необходимый набор качественных оценок значений, совокупность анализируемых тенденций.

Таблица 1.1. Соответствие подходов анализа ВР новым требованиям

Подход	Быстрое и простое моделирование	Моделирование нечетких тенденций	Квалификационные требования к пользователю	Учет в моделях предметно-ориентированных знаний	Анализ ВР, обладающих высокой степенью неопределенности
Статистический	Среднее	Нет	Высокие	Нет	Низкое
Нечеткий	Высокое	Нет	Низкие	Высокое	Среднее
Нейро-сетевой	Высокое	Нет	Низкие	Нет	Низкое

Анализ таблицы 1.1 показывает, что наиболее перспективными для удовлетворения требований современных пользователей (специалистов предметных областей, систем интеллектуального анализа данных, экспертных систем) выступают методы нечеткого подхода. Они позволяют снизить трудозатраты, включать предметно-ориентированные знания и генерировать приближенные результаты анализа объектов, ранее получаемые с привлечением экспертов .

Это соответствует и другим современным тенденциям в развитии информационных и математических методов моделирования сложных организационно-технических систем.

### **1.3. Нечеткие временные ряды и нечеткие тенденции в экспертной деятельности**

Подход с точки зрения нечетких моделей позволяет использовать прикладные знания интервального оценивания для нечеткого выражения ВР и строить зависимости в виде нечетких функций. Нечеткие описания в виде экспертных оценок можно использовать в разностном уравнении, где зависимые и независимые переменные выражены в нечетком виде. При этом исходные данные могут содержать не только лингвистические описания значений в конкретный момент времени, но и описания изменений параметров во времени. В зависимости от предметной области такие изменения могут обозначаться разными терминами: тренды, динамика, тенденция, траектория, систематическое движение, поведение и т. д.

Понятие нечеткой тенденции, введенное Н. Г. Ярушкиной [Ярушкина, 2004], определяет качественное изменение на участке ВР, выраженное лингвистической меткой, понятной эксперту.

Подход с точки зрения нечетких ВР ориентирован именно на моделирование экспертной деятельности.

Сформулируем постановку основных экспертных задач анализа слабоструктурированных процессов, решение которых целесообразно моделировать на основе НВР и нечетких тенденций [Ярушкина, 1997; Ярушкина, Афанасьева, 2007б].

#### П 1. Область приложения НВР – интерпретация процессов.

*Интерпретация* – это процесс обработки данных для описания состояния и динамики процесса с целью определения их смыслового значения. Для различных систем управления и планирования результатом интерпретации является экспертная оценка, значения которой представлены смысловыми единицами соответствия данных некоторым качественным градациям (интервалам). Эта оценка, задающая отношение принадлежности данных некоторым более общим понятиям, относится к нечетким значениям. В теории временных рядов задаче интерпретации соответствует задача идентификации с последующим смысловым описанием.

*Постановка задачи интерпретации процессов.* Предположим, что задан процесс, наблюдения за которым образуют ВР  $\{x_i, t_i\}$ . Требуется определить тип изменения переменной  $x$  в заданном интервале времени  $t_0 \leq t_i \leq t_n$ , то есть определить тенденцию  $Tr$  (систематическую составляющую) развития этой переменной. Значения тенденции  $Tr$  могут быть выражены нечеткими лингвистическими термами, такими как «Рост», «Падение», «Стабилизация» [Ярушкина, 2004]. Построение отношений между ВР, задаваемым упорядоченной последовательностью пар  $\{x_i, t_i\}$ , и тенденцией  $Tr$  и является содержанием задачи интерпретации процесса,

которую эксперт может решать визуально или на основе экспертной интерпретации значений ВР и преобразования ВР в НВР.

## П 2. Область приложений НВР – диагностика процессов.

Диагностика – это процесс поиска неисправностей, проблем, дефектов, аномалий или их отсутствия. При решении задач экспертной деятельности с целью диагностики процессов, представленных в виде НВР, целесообразно применять методы контроля НВР. Эти методы, как представляется, могут включать сопоставление НВР, отражающего реализованную динамику процесса с НВР с ожидаемой, требуемой динамикой. Интерпретация полученных сопоставлений в виде тенденций нечеткого ряда, учитывающего отклонения между реализованным и требуемым НВР, может быть получена при решении задачи интерпретации процессов, рассмотренной выше.

*Постановка задачи диагностики процессов.* Даны две последовательности нечетких значений одной переменной, наблюдаемых в заданном интервале времени. Каждая последовательность рассматривается как НВР, одна последовательность является требуемой, другая – наблюдаемой. Требуется определить тип соответствия между этими последовательностями в заданном интервале времени, то есть определить тенденцию нового НВР, отражающего отклонения наблюдаемого НВР от требуемого НВР. Значения соответствия может быть представлены нечеткими терминами, таким как «Без отклонений», «Значительные отклонения», «Незначительные отклонения» и др. Решение задачи диагностики включает решение задачи интерпретации процессов.

## П 3. Область приложения НВР – прогноз развития процессов.

Прогноз – это приближенная оценка будущих изменений, хода событий, поведения на основе модели динамики в прошлом и настоящем.



*Постановка задачи прогноза развития процессов.* Дана последовательность нечетких значений одной переменной, полученная в результате наблюдения в заданном интервале времени. Требуется идентифицировать тип изменения  $Tr$  этой переменной в следующем интервале времени. Тип изменения  $Tr$  переменной может быть задан в нечетких термах, используемых в задаче интерпретации «Рост», «Падение», «Стабилизация» и др. Эта задача включает предварительное решение задач интерпретации.

#### П4. Область приложения НВР – планирование.

Завершающим этапом любого экспертного заключения является выработка рекомендаций, которые следует применить для достижения требуемой динамики исследуемого процесса. Задача планирования является сложной задачей, часто контекст, в котором ведется планирование, известен только приблизительно, так что планирование ведется в условиях неопределенности. При этом возможны различные последствия, оценить которые возможно только на основе моделирования. Использование НВР и представление совокупности данных в виде экспертных оценок, полученных в результате интерпретации, диагностики и прогноза динамики процесса, может служить дополнительным инструментом в принятии более обоснованных решений и выработке рекомендаций.

*Постановка задачи планирования.* Дана последовательность нечетких значений и тенденция динамики  $Tr$  одной переменной, отражающей отклонения динамики процесса от требуемого. Известна тенденция исходного НВР и его прогнозная тенденция. Требуется идентифицировать тип изменения некоторой переменной в следующем интервале времени, так, чтобы отклонения динамики исходного процесса от требуемой были минимальны. Тип изменения переменной может быть

задан в нечетких терминах, используемых в задаче идентификации «Рост», «Падение», «Стабилизация» и др.

Следовательно, моделирование экспертной деятельности в терминах нечетких ВР и нечетких тенденций может широко использоваться и служить востребованным математическим инструментом в задачах интерпретации, диагностики, прогноза и планирования. В наибольшей степени это актуально для анализа слабоструктурированных процессов в сложных организационно-технических системах. К сожалению, проблема анализа нечетких тенденций на основе нечетких ВР до настоящего времени не получила своего решения.

Возникает вопрос, для каких видов, кроме нечетких динамических процессов, полезно и возможно решение проблемы анализа нечетких тенденций? В следующем параграфе предложен ответ на поставленный вопрос.

#### **1.4. Обоснование необходимости и возможности анализа нечетких тенденций для широкого класса динамических процессов**

В результате проведенного обзора различных подходов и их базовых методов и моделей в параграфе 1.2 было показано, что для анализа временных рядов, обладающих высокой степенью неопределенности, развитие математического моделирования на основе нечеткого подхода является наиболее перспективным. Более того, было показано, что для развития нечеткого подхода необходимо создание теоретических основ анализа нечетких тенденций. В параграфе 1.3 были содержательно сформулированы основные экспертные задачи в терминах нечетких временных рядов и нечетких тенденций, полезных для моделирования экспертной деятельности.

Введем следующие обозначения.

$Fuzzy(x)$  – функционал преобразования значения ВР  $x_i$  ( $i=1,2,\dots$ ) в нечеткое значение  $\tilde{x}_i$ , при этом считаем, что  $\tilde{x}_i = Fuzzy(x_i)$ . Справедливо, что  $\tilde{x}_i = Fuzzy(\tilde{x}_i)$ . Полученная последовательность значений является значениями, упорядоченными в моменты времени, и образует НВР;  $Tend(\tilde{x}, t)$  – функционал определения нечеткой тенденции НВР  $Tr_k$  для случая, когда время задано точным значением  $t$ ;  $TTend(\tilde{x}, \tilde{t})$  – функционал определения нечеткой тенденции НВР  $Tr_k$  для случая, когда время задано нечетким значением  $\tilde{t}$ ;  $Check(Tr)$  – функционал, определения адекватности нечеткой тенденции исследуемому ВР.

Приведем классификацию динамических процессов, в основу которой положим типы моделируемой неопределенности в отношении «значение ВР – время», и определим возможные схемы анализа нечетких тенденций динамических процессов.

1. Детерминированные процессы определяются для четких  $x_i, t_i$ , для которых отношение (зависимость) представлено в виде известной функции  $x=f(t)$ . Этот класс процессов связан с моделированием, прогнозированием, проектированием или управлением в условиях определенности. В этом случае решение задачи анализа нечетких тенденций заключается в фаззификации числовых значений ВР  $\tilde{x} = Fuzzy(x)$ , построении НВР и экспертной оценке тенденции НВР  $Tend(\tilde{x}, t)$ . Так как экспертная оценка обладает свойством нечеткости, может быть получена на основе различных процедур, то целесообразно использовать проверку качества соответствия тренда исходным данным в виде функционала  $Check(Tr)$ .

Вывод результата решения задачи анализа для детерминированных процессов, таким образом, строится на основе схемы

$$Fuzzy(x) \rightarrow Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr).$$

2. Стохастические процессы, задающие зависимость между четким временем и случайной величиной с предполагаемым законом распределения вероятностей. Стохастические процессы указанного вида описывают поведение исследуемой величины в условиях риска и неопределенности, то есть случайные и недетерминированные ее изменения. Для снятия неопределенности и описания поведения исследуемой величины используются модели и методы прикладного анализа временных рядов на основе теории вероятности и математической статистики. Для таких стохастических процессов задача анализа нечетких тенденций может решаться с применением методов идентификации стохастической модели числового ВР  $Func(x,t)$ , построения НВР по значениям полученной приближенной функции  $Fuzzy(x')$  и экспертного оценивания тенденции НВР. Вывод результата тогда формируется схемой вида

$$Func(x,t) \rightarrow Fuzzy(x') \rightarrow Tend(\tilde{x}',t) \rightarrow Check(Tr).$$

С другой стороны, интересно рассмотреть и другой вариант формирования результата анализа:  $Fuzzy(x) \rightarrow Tend(\tilde{x},t) \rightarrow Check(Tr)$ . Этот вариант получения оценки НВР имеет право на существование для коротких ВР или для ВР, для которых проблематично построить достаточно точную и адекватную модель  $Func(x,t)$ , так как в понятие нечеткости заложено понятие неопределенности. Построенный НВР с последующей дефазификацией может быть рассмотрен как метод нечеткого сглаживания ВР и выделения нечетких тенденций.

3. Стохастические процессы между четким временем и случайной переменной с неизвестным законом распределения и неизвестным классом нестационарности.

Для таких процессов, функционирующих в условиях риска и неопределенности, представляется возможным получить качественную

характеристику изменения переменной во времени при решении задачи анализа нечетких тенденций с помощью предварительного перехода к НВР (см. обоснование выше):

$$Fuzzy(x) \rightarrow Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr).$$

4. Нечеткие процессы представляют группу отношений между категориями  $x_i, t_i$  (время – значение), каждая из которых может быть задана нечеткими значениями. Рассмотрим их.

а. Отношение «Четкое время  $t$ » – «Нечеткая переменная  $\tilde{x}$ ».

В этом отношении каждое нечеткое значение  $\tilde{x}$  представляется лингвистическим термом, определенном на некотором базовом множестве  $b$  и функцией принадлежности  $\mu(b, x)$ , выражающей количественную зависимость между элементами базового множества и нечетким значением  $\tilde{x}_i$ , задаваемое на интервале  $[0, 1]$ . Это отношение соответствует нечеткому ВР, поэтому анализ нечетких тенденций формируется на основе схемы

$$Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr).$$

б. Отношение «Нечеткое время  $\tilde{t}$ » – «четкая переменная  $x$ ».

В этом случае можно предположить, что четкое значение времени было предварительно преобразовано в нечеткие значения. Интерпретация процесса в терминах нечетких тенденций для указанного отношения может проводиться двояким образом: по отношению к нечеткому времени и по отношению к приближенному моменту времени, полученному в результате его дефаззификации:

$$Fuzzy(x) \rightarrow TTend(\tilde{x}, \tilde{t}) \rightarrow Check(Tr)$$

или

$$DeFuzzy(t) \rightarrow Fuzzy(x) \rightarrow Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr).$$

с. Отношение «Нечеткое время  $\tilde{t}$ » – «случайная переменная  $x$ ».

Для этого отношения возможен путь решения задачи анализа нечетких тенденций на основе следующих схем:

$$DeFuzzy(t) \rightarrow Func(x,t) \rightarrow Fuzzy(x') \rightarrow Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr)$$

или

$$DeFuzzy(t) \rightarrow Fuzzy(x) \rightarrow Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr)$$

или

$$Fuzzy(x) \rightarrow TTend(\tilde{x}, \tilde{t}) \rightarrow Check(Tr).$$

d. Отношение «Нечеткое время  $\tilde{t}$ » – «нечеткая переменная  $\tilde{x}$ ». Данное отношение идеально для решения экспертной задачи анализа нечетких тенденций, так как в этом случае требуется использовать простую схему

$$TTend(\tilde{x}, \tilde{t}) \rightarrow Check(Tr).$$

Однако следует отметить, что в рассматриваемом отношении возможна ситуация, когда наряду с нечеткими значениями желательно иметь и количественные значения, тогда решение задачи анализа нечетких тенденций может быть получено и так:

$$DeFuzzy(t) \rightarrow Tend(\tilde{x}, t) \rightarrow Check(Tr).$$

Обобщая решение задачи анализа нечетких тенденций для всех классов рассмотренных выше динамических процессов, описание которых представимо временными рядами, можно сделать следующий вывод: нечеткие временные ряды представляют собой математический инструмент, необходимый и достаточный для решения задачи анализа нечетких тенденций широкого класса динамических процессов – детерминированных, случайных и нечетких – на основе схемы

$$Fuzzy(x) \rightarrow [Tend(\tilde{x}, t) \text{ или } TTend(\tilde{x}, \tilde{t})] \rightarrow Check(Tr).$$

## **Выводы**

Временные ряды, характеризующие слабоструктурированные процессы сложных организационно-технических систем, относятся к временным рядам, обладающим высокой степенью неопределенности.

Анализ ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, позволит конечным пользователям принимать более обоснованные решения.

Анализ и обобщение научных результатов позволили выделить основные подходы в области современного анализа временных рядов: статистический, нейросетевой, нечеткий и гибридный. Исследование методологических подходов к решению задачи моделирования и прогнозирования временных рядов, обладающих высокой степенью неопределенности, позволяет сформулировать следующие утверждения.

Существующие методы моделирования не в полной мере решают важную научно-техническую проблему повышения эффективности анализа ВР, в частности для ВР, обладающих высокой степенью неопределенности.

Анализ методов моделирования ВР и новых требований конечных пользователей показывает перспективность развития нечеткого моделирования для решения обозначенной проблемы путем разработки методов и моделей идентификации и анализа нового объекта – нечетких тенденций.

Анализ и идентификация нечетких тенденций является неотъемлемой принадлежностью исследования слабоструктурированных процессов сложных организационно-технических систем в задачах интерпретации, диагностики, прогнозирования и планирования.

Решение проблемы повышения эффективности анализа ВР на основе идентификации нечетких тенденций применимо для исследования широкого класса динамических процессов: детерминированных, стохастических и нечетких.

## **ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНО-ЛИНГВИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К АНАЛИЗУ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

В настоящей главе рассматриваются основы нового структурно-лингвистического подхода к анализу временных рядов. Структурно-лингвистический подход ориентирован на решение задачи анализа ВР, обладающего высокой степенью неопределенности, для которых применение методов других подходов недостаточно эффективно. Ключевым отличием предлагаемого подхода является анализ, моделирование и прогнозирование нечетких тенденций, идентифицируемых на НВР.

### **2.1. Методологические принципы структурно-лингвистического подхода анализа ВР**

Анализ современных требований пользователей и сравнение степени соответствия им существующих подходов показывают перспективность развития нечеткого подхода для решения проблемы анализа временных рядов, обладающих высокой степенью неопределенности (глава 1 табл. 1.1).

Известно, что задачи интерпретации и прогноза тенденций развития сложных слабоструктурированных процессов по временным рядам успешно решаются экспертами на основе предметно-ориентированных знаний и экспертных шкал. При этом один и тот же ВР в различных предметных областях будет иметь разные интерпретации и, соответственно, разные прогнозные модели и тенденции. В условиях высокой степени неопределенности, когда получение прогноза с приемлемой точностью не представляется возможным, получение информации об ожидаемых тенденциях развития процесса имеет важное значение и практическую ценность.

Вышеизложенное является обоснованием для разработки нового структурно-лингвистического подхода, нацеленного на повышение



эффективности анализа ВР, за счет анализа нечетких тенденций. Предложены следующие основные методологические принципы структурно-лингвистического подхода.

**Принцип лингвистического оценивания.** Моделируются значения, соответствующие материальным или идеальным объектам наблюдения, или измерения, которым могут быть сопоставлены нечеткие оценки в лингвистической форме.

**Принцип предметно-лингвистической относительности.** Для разных предметных областей числовое значение имеет разную точность, различные лингвистические интерпретации, которые порождают для одного и того же числового ВР разные по содержанию и лингвистической интерпретации модели НВР.

**Принцип дополнительности интерпретаций.** Числовые и лингвистические интерпретации значения являются его различными, но одинаково существенными аспектами на разных уровнях абстракции. Математическое моделирование поведения ВР на разных уровнях абстракции определяет множество дополняющих друг друга моделей.

Сформулирована новая научная проблема – проблема анализа нечетких тенденций НВР [Ярушкина, Афанасьева. 2010а] (рис.2.1).

В рамках новой проблемы изменения в нечетком временном ряду рассматриваются как результат совместного влияния неизвестных факторов, которые могут быть значимы и незначимы. Значимые влияния факторов приводят к качественному изменению значений и должны быть включены в модель, а незначимыми изменениями можно пренебречь. Такие качественные изменения (нечеткие приращения) в числовых ВР рассмотрены в работах [Ковалев, 2008 и Sah&Degtyarev], а в работе [Ярушкина, 2004] изменения поведения в нечетких временных рядах получили название «нечеткие тенденции».

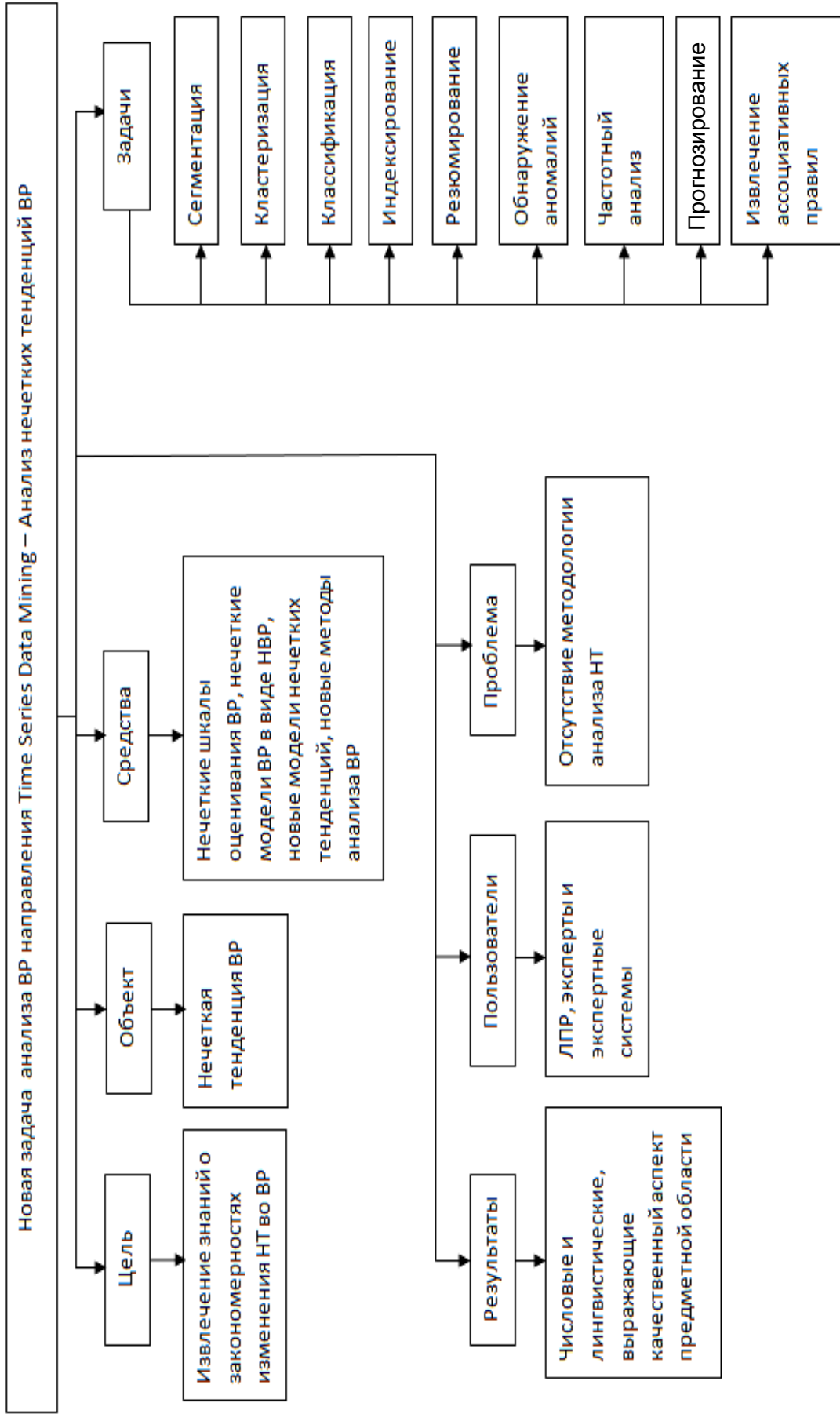


Рисунок 2.1. Проблема анализа нечетких тенденций НВР

## **2.2. Разработка теоретических положений нового объекта анализа нечеткого временного ряда – нечеткой тенденции**

Оценки значений НВР характеризуют состояние моделируемого процесса в некоторый момент времени и обычно задаются экспертом, лицом, принимающим решение (ЛПР), или процедурой, моделирующей оценочную деятельность эксперта. Экспертная деятельность подобного рода базируется на использовании внутренней, нечеткой шкалы, сформированной на основе накопленного опыта выполнения процедур кластеризации, классификации и ранжирования.

Пусть задан дискретный временной ряд  $Y = \{t_i, x_i\} (i = 1, 2, \dots, n)$ . Согласно базовым положениям теории нечетких временных рядов, разработанным Zadeh, Song и Chissom, любой конечный дискретный временной ряд – числовой, нечисловой и смешанный – может быть преобразован в нечеткий ВР  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i\}, i = 1, 2, \dots, n$ , при условии, что его множество значений  $X = \{x_i\}$  будет покрыто специальными функциями (нечеткими множествами)  $\tilde{x}_j \in \tilde{X}, j = 1, 2, \dots, m, m < n$ .

### **2.2.1. Анализ определений нечеткой тенденции**

Анализ поведения, характеризующего долговременную динамику ВР, в статистическом подходе связывается с понятием тренда, описывающего долговременную зависимость значений ВР от времени. Так согласно [Андерсон, 1976] математической моделью ВР служит модель вида:

$$y_t = f(t) + u_t.$$

При этом предполагается наличие детерминированного тренда (или совокупности трендов) на всем временном ряду.

Другие методики выделения трендовой составляющей, основанные на сглаживании и фильтрации значений ВР, включают преобразование числовых значений в другие числовые значения и отличаются типом используемых преобразований.

Многообразие возможных вариантов приближенного количественного оценивания трендовой составляющей поведения ВР и отсутствие возможностей идентификации качественно выраженных оценок породило идею использовать для этих целей нечеткое понятие тренда.

В 1982 г. Х. Танака [Tanaka, 1982] рассмотрел модель линейной регрессии с нечетким коэффициентом и использовал методы линейного программирования. Однако использование нечетких коэффициентов также не позволило решить задачу идентификации качественно выраженного тренда ВР.

В работе [Ковалев, 2007] предлагается нечеткая темпоральная модель для описания приближенного поведения ВР в виде локального тренда с нечетким значением  $q$  на отдельном временном нечетко определенном интервале:

$$\Phi(t_a, t_b) = (y(t_a, t_b) = q) \& ((t_a, t_b) = \tau).$$

Однако при этом возникает проблема определения релевантного временного интервала и временной точки смены нечеткой тенденции.

Появлению понятия нечеткой тенденции как нечеткой метки, выражающей динамику (систематическое движение) ВР лингвистически, предшествовало формирование направления анализа ВР на основе нечетких временных рядов [Song, 1993a].

В работах [Hwang, 1998, Şah, 2004] предлагается рассмотреть модель НВР, нечеткие значения которого представляют фаззифицированные первые разности исходного числового ВР, таким образом, авторы

оценивают, моделируют и прогнозируют количественные изменения между текущим и предыдущим моментом времени.

Дальнейшее исследование НВР обозначило новую проблему описания, моделирования и прогнозирования нового объекта НВР – нечеткой тенденции, как представителя качественных изменений, выражающих изменения не в числовых, а в нечетких значениях ВР [Ярушкина, 2004].

В отличие от рассмотренных работ новый объект НВР – нечеткая тенденция – содержит полезную информацию для конечного пользователя, выраженную в лингвистических значениях нечетких меток «рост», «падение», «стабильность», «колебания», «хаос» и др.

Последовательность нечетких тенденций нечеткого ВР во временном пространстве порождает нечеткий временной ряд с нечеткой тенденцией.

В соответствии с логикой оценивания будем считать оценку нечеткого значения ВР – *абсолютной нечеткой оценкой*, а оценку изменения нечетких значений (нечеткое приращение) – *нечеткой тенденцией*.

Так как в настоящее время исследование, формальное описание, моделирование и обработка нечетких тенденций на множестве абсолютных нечетких оценок не получило достаточного развития, то в настоящей монографии эта проблема была сформулирована и предложено ее решение.

### **2.2.2. Структурно-лингвистический подход к определению нечеткой тенденции**

Пусть задан конкретный НВР  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i\}$ ,  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}, i = 1, 2, \dots, n$ .

**Определение 2.1.** Нечеткая тенденция  $\tau$ , определяемая на отрезке  $[t_i, t_j], t_j \geq t_i$  по значениям  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j$  нечеткого временного ряда  $\tilde{Y}$  есть нечеткий терм, задающий нечеткое приращение  $\tau = \tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_j, \tilde{x}_j))$ .

Определим свойства нечеткой тенденции.

1. Если  $\exists \tau_i = \tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_j, \tilde{x}_j))$  и  $\exists \tau_k = \tau((t_k, \tilde{x}_k), (t_r, \tilde{x}_r))$ , и  $t_j < t_k$  или  $t_i > t_r$ , то  $\tau_i \cap \tau_k = \emptyset$ .
2. Если  $\exists \tau_i = \tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_j, \tilde{x}_j))$  и  $\exists \tau_k = \tau((t_k, \tilde{x}_k), (t_r, \tilde{x}_r))$ , и  $\tau_i \cap \tau_k \neq \emptyset$ , то  $\exists \tau_u = \tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_r, \tilde{x}_r))$  такая, что  $\tau_u = \tau_i \cup \tau_k$ , определенная на отрезке  $[\min(t_k, t_i), \max(t_r, t_j)]$ .
3.  $\tau_1((t_i, \tilde{x}_i), (t_j, \tilde{x}_j)) = \tau_2((t_i, \tilde{x}_i), (t_j, \tilde{x}_j))$ .  $\tau_1((t_i, \tilde{x}_i), (t_j, \tilde{x}_j)) \neq \tau_2((t_j, \tilde{x}_j), (t_i, \tilde{x}_i))$ .
4.  $\tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_i, \tilde{x}_i)) = \emptyset$ .
5.  $\tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_i, \tilde{x}_i)) \cup \emptyset = \tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_i, \tilde{x}_i))$ .
6.  $\tau((t_i, \tilde{x}_i), (t_i, \tilde{x}_i)) \cap \emptyset = \emptyset$ .

Содержательный анализ позволил сделать вывод, что термин «тенденция» определяет качественные изменения на временном интервале и используется в предложениях совместно с общеупотребительными лингвистическими оценками, связанными с протяженностью, типом и интенсивностью, например, «длительная тенденция роста», «ярко выраженная тенденция падения», «тенденция стабильного высокого качества» и т. д.

Поэтому имеет смысл выделить следующие характеристики для формализации нечеткой тенденции (НТ):

1. Нечеткость. Нечеткость обозначает факт, что НТ построена на основе нечетких значений НВР и наследует нечеткость этих

значений, временной ряд может соответствовать той или иной нечеткой тенденции с разной степенью принадлежности.

2. Протяженность. Протяженность – это характеристика различной длительности НТ.
3. Типичность. Свойство типичности НТ позволяет различать классы, типы НТ, внутри которых нечеткие тенденции будут рассматриваться как однородные.
4. Значимость. Для различия нечетких тенденций одного типа и одинаковой длительности целесообразно использовать характеристику степени значимости или интенсивности НТ.
5. Ориентированность во времени. Это свойство обозначает, что нечеткие тенденции определяются между двумя значениями временного интервала в направлении увеличения временных отсчетов.
6. Лингвистическая интерпретируемость. Данное свойство нечеткой тенденции следует из определения нечеткой тенденции как характеристики качественных изменений. По определению НТ есть нечеткая метка, которой сопоставляется лингвистический терм.

Предлагается более детальное описание нечеткой тенденции, носителем которой выступает нечеткий временной ряд. С этой целью введем следующие утверждения и определения.

Предположим, что определены лингвистические переменные «Нечеткий временной ряд», «Нечеткая тенденция», «Тип\_Тенденции». «Интенсивность\_Тенденции», «Длительность\_Тенденции» с базовыми конечными терм-множествами  $\tilde{X}$ ,  $\tilde{Y}$ ,  $\tilde{V}$ ,  $\tilde{A}$ ,  $\Delta\tilde{T}$  соответственно.

**Определение 2.2.** [Афанасьева, 2009в] Нечеткая тенденция  $\tau \in \mathcal{T}$  НВР  $\tilde{Y} = \tilde{x}_t, t = 1, 2, \dots, n$  может быть представлена структурно-

лингвистической моделью в виде кортежа отношения, построенного на декартовом произведении свойств НТ  $\tilde{V} \times \tilde{A} \times \Delta\tilde{T} \rightarrow \mathfrak{S}$ :

$$\tau = \langle \tilde{v}, \tilde{a}, \Delta\tilde{t}, \mu \rangle,$$

где  $\tilde{v}$  – функция принадлежности нечеткого множества типа НТ,  $\tilde{v} \in \tilde{V}$  выражает направление изменения. Введем инвариантное по отношению к предметным областям и ВР множество лингвистических термов типов НТ:

$$\tilde{V} = \tilde{V}_1 \cup \tilde{V}_2,$$

где  $\tilde{V}_1$  определяет множество базовых типов  $\tilde{V}_1 = \{\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \tilde{v}_3\}$ ,  $\tilde{v}_1 = \text{«Стабильность»}$ ,  $\tilde{v}_2 = \text{«Рост»}$ ,  $\tilde{v}_3 = \text{«Падение»}$ ;  $\tilde{V}_2$  – множество производных типов НТ  $\tilde{V}_2 = \{\tilde{v}_4, \tilde{v}_5\}$ ,  $\tilde{v}_4 = \text{«Колебания»}$ ,  $\tilde{v}_5 = \text{«Хаос»}$ ;

$\tilde{a}$  – функция принадлежности нечеткого множества интенсивности НТ,  $\tilde{a} \in \tilde{A}$ , с лингвистическими термами, например,  $\{\text{Большое, Среднее, Малое, Отсутствует}\}$ ;

$\Delta\tilde{t}$  – продолжительность НТ,  $\Delta\tilde{t} \in \Delta\tilde{T}$ ;

$\mu$  – функция принадлежности участка НВР, ограниченного интервалом  $\Delta\tilde{t}$  НТ.

В дальнейшем будем рассматривать класс НТ, для которых протяженность будет выражена четко. Это позволит упростить изложение основных положений предлагаемого структурно-лингвистического подхода и будет применимо для широкого круга динамических процессов за исключением процессов с нечетким временем (глава 1 параграф 1.4).

Классифицируем нечеткие тенденции НВР в зависимости от продолжительности на элементарную  $\tau \in \mathfrak{S}$  ( $\Delta t = 1$ ), локальную  $N\tau \in N\mathfrak{S}$  ( $1 < \Delta t < n-1$ ) и основную (общую)  $G\tau \in G\mathfrak{S}$  ( $\Delta t = n-1$ ).



**Определение 2.3.** Нечеткая элементарная тенденция (НЭТ) – это нечеткая тенденция  $\tau_t = \langle \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_t \rangle$  выражающая качественный характер изменения на участке НВР  $\tilde{Y} = \tilde{x}_t, \tilde{x} \in \tilde{X}, t = 1, 2, \dots, n$  между двумя соседними нечеткими метками  $\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_t$  со степенью принадлежности  $\mu_t = \min(\tilde{x}_{t-1}(x_{t-1}), \tilde{x}_t(x_t))$ .

**Утверждение 2.1.** [Афанасьева и др., 2009а] Исходный нечеткий временной ряд  $\tilde{Y} = \tilde{x}_t, \tilde{x} \in \tilde{X}, t = 1, 2, \dots, n$  может быть представлен в виде нечеткого временного ряда нечетких элементарной тенденций  $\tau = \tau_t, t = 2, 3, \dots, n$  и нечеткого временного ряда локальных тенденций  $N\tau = N\tau_t, t = k, 2k, 3k, \dots, n, k \in N$ .

Из утверждения 2 и теории нечетких временных рядов следует следующее утверждение.

**Утверждение 2.2.** Любой конечный дискретный временной ряд – числовой, нечисловой и смешанный – может быть преобразован во временной ряд нечетких элементарных тенденций.

Основываясь на введенной структурной модели нечетких тенденций (Определение 2.2), нечеткий временной ряд нечетких элементарных тенденций есть совокупность одновременных временных рядов, природа которых обусловлена типом компонент НЭТ:  $\tau_t = \langle \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_t \rangle, t = 2, 3 \dots n$ .

Содержательно нечеткие элементарные тенденции определяют *нечеткие приращения нечеткого временного ряда*. В следующем подразделе будет предложена классификация моделей нечетких динамических процессов, отличающаяся включением нового класса динамических процессов – нечетких процессов с нечеткими приращениями.

## 2.3. Классификация нечетких динамических процессов и их моделей

### 2.3.1. Нечеткий динамический процесс

Пусть  $X_t, (t=1,2,\dots) \subset R^1$  – универсальное множество, на котором определены нечеткие множества  $\tilde{x}_t^i, (i=1,2,\dots)$  и  $\tilde{X}_t$  – коллекция  $\tilde{x}_t^i, (i=1,2,\dots)$ . Тогда  $\tilde{X}_t$  называется нечетким временным рядом [Song, 1993a]. Предполагается, что в нечетком процессе существует зависимость текущего состояния от предыдущих  $\tilde{X}_{t-1}, \tilde{X}_{t-2}, \dots, \tilde{X}_{t-p} \rightarrow \tilde{X}_t$ , так что модель НВР может быть представлена нечетко-разностным уравнением [Song, 1993a]:

$$\tilde{X}_t = (\tilde{X}_{t-1} \times \tilde{X}_{t-2} \times \dots \times \tilde{X}_{t-p}) \circ R(t, t-p), \quad (2.1)$$

где  $\tilde{X}_t, \tilde{X}_{t-1}, \tilde{X}_{t-2}, \tilde{X}_{t-p}$  – состояния нечеткого процесса, кодируемые нечеткими множествами (лингвистическими термами);

$R(t, t-p)$  – нечеткое отношение, определяющее модель  $p$ -го порядка в терминах нечетких значений  $\tilde{X}_t$ , которая может быть выражена совокупностью нечетких «уравнений» в виде правил «Если-То»;

◦ – знак композиции;

$p$  – порядок модели.

В дальнейшем модель (2.1) сокращенно будем обозначать *S-моделью*.

### 2.3.2. Нечеткий динамический процесс первых разностей

Применение S-модели для прогнозирования первых разностей временного ряда рассмотрено в работах [Hwang, 1998, Sah, 2004].

Пусть  $X_t, (t=1,2,\dots) \subset R^1$  – универсальное множество, на котором определено множество  $\Delta X_t, (t=1,2,\dots) \subset R^1$ , так, что  $\Delta X_t = X_{t+1} - X_t, (t=1,\dots,2)$ .

На множестве  $\Delta X_t, (t=1,2,\dots) \subset R^1$  определены нечеткие множества  $\Delta \tilde{x}_t^i, (i=1,2,\dots)$  и  $\Delta \tilde{X}_t$  – коллекция  $\Delta \tilde{x}_t^i, (i=1,2,\dots)$ . Тогда  $\Delta \tilde{X}_t$  – нечеткий временной ряд (нечеткий динамический процесс) первых разностей. Предполагается, что в нечетком процессе существует зависимость текущего состояния от предыдущих  $\Delta \tilde{X}_{t-1}, \Delta \tilde{X}_{t-2}, \dots, \Delta \tilde{X}_{t-p} \rightarrow \Delta \tilde{X}_t$ , так что модель НВР есть нечетко-разностное уравнение вида

$$\Delta \tilde{X}_t = (\Delta \tilde{X}_{t-1} \times \Delta \tilde{X}_{t-2} \times \dots \times \Delta \tilde{X}_{t-p}) \circ R(t, t-p) \quad (2.2)$$

Модель НВР (2.2) сокращенно обозначим *D-моделью*.

### 2.3.3. Нечеткий динамический процесс с нечеткими приращениями

Введем понятие нечеткого динамического процесса с нечеткими приращениями на основе введенной выше структурной модели нечеткой элементарной тенденции.

**Определение 2.4.** [Афанасьева, 2011a] Пусть  $X_t, (t=1,2,\dots) \subset R^1$  – универсальное множество, на котором определены нечеткие множества  $\tilde{x}_t^i, (i=1,2,\dots)$ ,  $\tilde{v}_t^j, (j=1,2,\dots)$ ,  $\tilde{\alpha}_t^s, (s=1,2,\dots)$  и  $\tilde{X}_t$  – коллекция  $\tilde{x}_t^i, (i=1,2,\dots)$ ,  $\tilde{V}_t$  – коллекция  $\tilde{v}_t^j, (j=1,2,\dots)$ ,  $\tilde{A}_t$  – коллекция  $\tilde{\alpha}_t^s, (s=1,2,\dots)$ . И пусть существуют отношения  $R_V: \tilde{X} \times \tilde{X} \rightarrow \tilde{V}$ ,  $R_A: \tilde{X} \times \tilde{X} \rightarrow \tilde{A}$ , тогда определим модель нечеткого динамического процесса с нечеткими приращениями в виде

$$\tilde{X}_t = (\tilde{X}_{t-1} \times \tilde{V}_t \times \tilde{A}_t) \circ R(t, t-1), \quad (2.3)$$

$$\text{где } \tilde{V}_t = \tilde{V}_{t-1} \times \tilde{V}_{t-2} \times \dots \times \tilde{V}_{t-p} \circ R_{\tilde{V}}(t, t-p), \quad \tilde{A}_t = \tilde{A}_{t-1} \times \tilde{A}_{t-2} \times \dots \times \tilde{A}_{t-q} \circ R_{\tilde{A}}(t, t-q).$$

Здесь системы отношений  $R_{\tilde{V}}(t, t-p)$ ,  $R_{\tilde{A}}(t, t-q)$  определяют модель поведения компонент НЭТ, которая лингвистически представима базой нечетких правил «Если-То» и численно реализуется на основе алгоритма нечеткого логического вывода Мамдани.

Достоинство данного вида модели нечеткого динамического процесса, которую обозначим нечеткой Т-моделью ВР, в том, что она позволяет описывать новые нелинейные зависимости, а также в преемственности моделей и методов нечеткого подхода к моделированию нечетких тенденций ВР.

Введем классификацию нечетких динамических процессов с нечеткими приращениями по типам основной нечеткой тенденции.

*Нечеткий Т-процесс* порождает нечеткий ВР с основной нечеткой тенденцией типа «рост» или «падение».

*Нечеткий D-процесс* порождает нечеткий ВР с основной нечеткой тенденцией типа «хаос».

*Нечеткий K-процесс* порождает нечеткий ВР с основной нечеткой тенденцией типа «колебания».

*Нечеткий S-процесс* порождает нечеткий ВР с основной нечеткой тенденцией типа «стабильность».

Нечеткие *Т- и D-процессы* отнесем к классу *нечетких нестационарных* процессов, а нечеткие *K- и S-процессы* – к классу *нечетких стационарных* процессов.

Введенная классификация определяет взаимно однозначное соответствие между классами нечетких динамических процессов с нечеткими приращениями и основной нечеткой тенденцией, что позволяет

использовать этот факт для анализа ВР на стационарность и нестационарность.

#### 2.4. Модели числового временного ряда в структурно-лингвистическом подходе

Модель числового временного ряда будем рассматривать как реализацию нечеткого процесса, полученную в результате дефаззификации нечетких приращений в модели (2.3) в виде модели динамического процесса с *приращениями*  $Tend_t$  [Афанасьева, 2009б; Афанасьева и др., 2009б]:

$$x_t = x_{t-1} + Tend_t + \varepsilon_t. \quad (2.4)$$

где  $x_t, x_{t-1}$  – числовые значения, описывающие состояния динамического процесса. Предполагается, что  $x_t$  есть реализация нечеткого динамического процесса  $\tilde{X}_t$ . Они получены при дефаззификации соответствующих состояний нечеткого процесса:  $x_t = deFuzzy(\tilde{x}_t)$ ,  $x_{t-1} = deFuzzy(\tilde{x}_{t-1})$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ . Считаем, что если  $\tilde{X}_t = \tilde{X}_{t-1}$ , то  $Tend_t = 0$  и  $x_t = x_{t-1}$ .  $Tend_t$  – числовые значения приращений, полученные в результате дефаззификации НЭТ, которые представим в виде  $Tend_t = v_t \cdot a_t$ . Здесь  $v_t$  – переменная, определяющий знак приращения (тип НЭТ);  $a_t$  – переменная, определяющий величину приращения (интенсивность НЭТ). Приращения  $Tend_t$  в модели (2.4) назовем *элементарной тенденцией*. Тогда модель ВР (2.4) представим в виде

$$x_t = x_{t-1} + v_t \cdot a_t + \varepsilon_t, \quad (2.5)$$

где  $\varepsilon_t$  – ошибки модели.

Предполагается, что  $\varepsilon_t = deFuzzy(\tilde{\varepsilon}_t)$ ,  $\tilde{\varepsilon}_t = const$ ,

$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t \approx 0$  и все значения  $|\varepsilon_t| \leq d$ . Параметр  $d$  будем рассматривать как допустимую погрешность модели. Эта погрешность есть следствие приближенности модели и погрешности в данных.

В дальнейшем модель (2.5) будем называть *T-моделью* числового ВР.

Допуская, что ошибки  $\varepsilon_t$  есть реализация случайного процесса типа «белый шум», модель (2.4) может рассматриваться и для описания поведения стохастического процесса. Если  $Tend_t = 0$ , то модель (2.4) может быть отнесена к классу процесса случайного блуждания. В случаях, когда  $Tend_t = Const$  и  $Tend_t \neq 0$ , модель (2.4) содержит линейный тренд и соответствует стохастическому процессу случайного блуждания с дрейфом; в предположении, что  $Tend_t \neq 0$ , модель (2.4) описывает стохастический процесс неизвестного класса. В общем случае для ВР, обладающих высокой степенью неопределенности,  $Tend_t \neq 0$  и неизвестен характер изменения  $Tend_t$ , который и требуется оценить.

В работе [Кашьяп,1985] отмечается, что модели класса ARIMA являются частными случаями моделей процессов со стационарными приращениями, рассмотренных Гладышевым (1961), Ягломом (1958), Татарским (1967).

Так возникает проблема оценивания и прогнозирования компонент элементарной тенденции  $Tend_t$ .

Следующие предположения, используемые в дальнейшем для оценивания приращений  $Tend_t$  модели (2.4), составляют специфику структурно-лингвистического подхода:

1. Предполагается, что  $\forall x_t \in R^1$  – это значение с допустимым уровнем погрешности  $d$  ( $d > 0$ ). Значение  $x_t$  может являться результатом наблюдений, измерений, вычислений, а также результатом приведения к четкости нечетких значений  $\tilde{x}_t$ .
2. Предполагается, что ошибки модели  $\varepsilon_t$  – есть временной ряд, все значения которого меньше погрешности в данных  $d$ .
3. Предполагается, что приращения  $Tend_t$  есть элементарные тенденции и могут иметь как стационарный характер, так и нестационарный характер изменения, где направление  $v_t$  – это параметр, определяющий знак приращения ( $v_t = \{0, 1, -1\}$ ), интенсивность  $\alpha_t$  – это параметр, определяющий величину приращения,  $\alpha_t > d$ .

Для числового и качественного (лингвистического) оценивания в Т-модели (2.5) неизвестных параметров  $v_t$ ,  $\alpha_t$  и зависимостей, моделирующих их изменение, используем модель нечеткой элементарной тенденции (Определение 2.2), идентифицируемой по нечеткому временному ряду, и модель введенного ранее нечеткого процесса с нечеткими приращениями (Определение 2.4).

Соответствие Т-модели числового ВР (2.5) предложенным классам нечетких динамических процессов с нечеткими приращениями (2.3) приведено в таблице 2.1.

Таким образом, главный вопрос структурно-лингвистического подхода заключается в формализации нового объекта анализа ВР – нечеткой тенденции и Т-модели временных рядов для решения задачи анализа ВР, обладающих высокой степенью неопределенности.

Таблица 2.1. Соответствие Т-модели числового ВР классам нечетких процессов с нечеткими приращениями

Класс нечеткого процесса с нечеткими приращениями	Параметры модели, $d > 0, \alpha_t > d,  \varepsilon_t  \leq d$	Модель ВР	Пример модели нечеткого процесса с нечеткими приращениями в лингвистической форме
Т-процесс	$v_t = const,$ $v_t \neq \text{Стабильность}$ $\alpha_t = const,$ $\alpha_t > d$	$x_t = x_{t-1} + v * \alpha + \varepsilon_t,$ $x_t = x_0 + v * \alpha * t + \sum_i^t \varepsilon_i.$	$R_v$ : Если «рост», То «рост» $R_a$ : Если «малый», То «малый»
	$v_t = const,$ $v_t \neq \text{Стабильность}$ $a_t \neq const,$ $\alpha_t > d$	$x_t = x_{t-1} + v * \alpha_t + \varepsilon_t,$ $x_t = x_0 + v \sum_i^t \alpha_i + \sum_i^t \varepsilon_i$	$R_v$ : Если «падение», То «падение» $R_a$ : Если «малый», То «малый» Если «малый», То «средний» Если «средний», То «малый»
Д-процесс	$v_t \neq const$ $a_t \neq const$ $\alpha_t > d$	$x_t = x_{t-1} + v_t * \alpha_t + \varepsilon_t$	$R_v$ : Если «падение», То «рост» Если «рост», То «падение» $R_a$ : Если «малый», То «малый» Если «малый», То «большой» Если «большой», То «средний»
К-процесс	$v_t \neq const$ $\alpha_t = const,$ $\alpha_t > d$	$x_t = x_{t-1} + v_t * \alpha + \varepsilon_t,$ $x_t = x_0 + \alpha \sum_i^t v_i + \sum_i^t \varepsilon_i$	$R_v$ : Если «падение», То «рост» Если «рост», То «падение» $R_a$ : Если «малый», То «малый»
С-процесс	$v_t = const,$ $ x_t  < d$ $v_t = \text{Стабильность}$	$x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$	$R_v$ : Если «стабильность», То «стабильность»



## 2.5. Гранулярное представление системы объектов и моделей анализа временных рядов

С методологической точки зрения введение нового объекта нечеткой тенденции порождает вопрос о его месте в системе известных объектов анализа временных рядов. Предлагается гранулярное представление системы объектов анализа ВР как наиболее простое решение обозначенного вопроса на содержательном уровне.

Рассмотрим временной ряд на пяти уровнях абстракции, на каждом из которых его поведение может быть представлено в терминах информационных гранул фиксированной семантики и порождаться процессами различных классов [Афанасьева и др., 2011а,б,г]. Для каждого уровня абстракции определим информационную гранулу, кодирующую состояние процесса, в виде

$$x \text{ is } \beta^r,$$

где  $r$  – уровень грануляции ВР;

$r = 0$ :  $\beta^0 = x$  – гранула числового значения исходного ВР;

$r = 1$ :  $\beta^1 = \tilde{x}$  – гранула нечеткого значения НВР;

$r = 2$ :  $\beta^2 = \tau$  – гранула нечеткой элементарной тенденции, идентифицируемая между двумя соседними нечеткими значениями НВР;

$r = 3$ :  $\beta^3 = n\tau$  – гранула нечеткой локальной тенденции, идентифицируемая между двумя выбранными нечеткими значениями НВР;

$r = 4$ :  $\beta_i^4 = g\tau$  – гранула основной нечеткой тенденции, идентифицируемая между начальным и конечным нечеткими значениями НВР.

Гранулярное представление системы объектов и моделей анализа временного ряда будем рассматривать в виде тройки

$$Granule = \{\beta^r, P^r, M^r\}, r = 0, 1, \dots, 4,$$

где  $\beta^r = \{\beta_s^r\}, (s=1,2,\dots)$  – совокупность анализируемых объектов ВР на уровне грануляции  $r$ ;

$P^r = \{P_i^r\}, (i=0,\dots,4), i \neq r$  – совокупность математических соотношений, порождающих гранулы разного уровня; они задают гранулярные преобразования объектов ВР (таблица 2.2);

$M^r = \{M_k^r\}, (k=1,2,\dots)$  – совокупность математических моделей динамических процессов, порождающих временные ряды на соответствующем уровне абстракции (таблица 2.3).

Таблица 2.2. Математические соотношения гранулярных преобразований и переходов между гранулами разных уровней

$P_i^r$	Вид перехода	Функционал	Результат вычисления
$P_1^0$	$r = 0 \rightarrow r = 1$	$Fuzzy: X \rightarrow \tilde{X}$	$\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t)$
$P_0^1$	$r = 1 \rightarrow r = 0$	$deFuzzy: \tilde{X} \rightarrow X$	$x_t = deFuzzy(\tilde{x}_t)$
$P_2^1$	$r = 1 \rightarrow r = 2$	$TTend: \tilde{X} \times \tilde{X} \rightarrow \tilde{V},$ $RTend: \tilde{X} \times \tilde{X} \rightarrow \tilde{A}$	$\tilde{v}_t = TTend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_t)$ $\tilde{a}_t = RTend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_t)$
$P_1^2$	$r = 2 \rightarrow r = 1$	$deFuzzyTend: \tilde{X} \times \tilde{\mathfrak{S}} \rightarrow \tilde{X}$	$\tilde{x}_t = deFuzzyTend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{v}_t, \tilde{a}_t)$
$P_0^2$	$r = 2 \rightarrow r = 0$	$deFuzzy: \tilde{V} \rightarrow V,$ $deFuzzy: \tilde{A} \rightarrow A$ $deETend: \tilde{X} \times \tilde{\mathfrak{S}} \rightarrow X$	$v_t = deFuzzy(\tilde{v}_t)$ $a_t = deFuzzy(\tilde{a}_t)$ $x_t = deETend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{v}_t, \tilde{a}_t)$
$P_3^2$	$r = 2 \rightarrow r = 3$	$STend: \tilde{\mathfrak{S}} \times \tilde{\mathfrak{S}} \rightarrow \tilde{N\mathfrak{S}}$	$n\tau_s = STend(\tau_{1s}, \tau_{2s}, \dots, \tau_{ms})$
$P_2^3$	$r = 3 \rightarrow r = 2$	$deSTend: \tilde{N\mathfrak{S}} \rightarrow \tau_{1s}, \tau_{2s}, \dots, \tau_{ms}$	$(\tau_{1s}, \tau_{2s}, \dots, \tau_{ms}) = deSTend(n\tau_s)$
$P_0^3$	$r = 3 \rightarrow r = 0$	$deFuzzy: \tilde{N\mathfrak{S}} \rightarrow X$	$x_t = deFuzzy(n\tilde{\tau}_s).$
$P_4^3$	$r = 3 \rightarrow r = 4$	$GTend: \tilde{N\mathfrak{S}} \times \tilde{N\mathfrak{S}} \rightarrow \tilde{G\mathfrak{S}}$	$g\tilde{\mathfrak{S}} = GTend(n\tau_{1s}, n\tau_{2s}, \dots, n\tau_{ms})$
$P_0^4$	$r = 4 \rightarrow r = 0$	$deFuzzy: \tilde{G\mathfrak{S}} \rightarrow X$	$x_t = deFuzzy(g\tilde{\tau}_q).$

Математическое моделирование ВР, ориентированное на определенный уровень грануляции, определяет собой единственно возможный способ его представления конечным множеством моделей, стабильных и независимых от моделей другой ориентации.

Таблица 2.3. Базовые математические модели ВР на разных уровнях грануляции

$M^r$	$M_k^r$	Математическая модель	Подход к анализу ВР (базовые модели)
$M^0$	$M_1^0$	$\alpha_p(L)(1-L)^d x_t = \beta_q(L)\varepsilon_t$	Статистический (модель ARIMA)
	$M_2^0$	$x_t = f(t) + \varepsilon_t$	Статистический (регрессионная модель)
	$M_3^0$	$S_t = \lambda \cdot x_t + (1 - \lambda) \cdot S_{t-1}$	Статистический (модель ЕМА)
	$M_4^0$	$y_t = F\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right)$	Нейросетевой (ИНС-модель)
	$M_5^0$	$x_t = x_{t-1} + v_t \cdot \alpha_t + \varepsilon_t$	Предложенный структурно-лингвистический (Т-модель)
$M^1$	$M_1^1$	$\tilde{X}_t = (\tilde{X}_{t-1} \times \tilde{X}_{t-2} \times \dots \times \tilde{X}_{t-p}) \circ R(t, t-p)$	Нечеткий (S-модель)
	$M_2^1$	$\Delta \tilde{X}_t = (\Delta \tilde{X}_{t-1} \times \Delta \tilde{X}_{t-2} \times \dots \times \Delta \tilde{X}_{t-p}) \circ R(t, t-p)$	Нечеткий (D-модель)
	$M_3^1$	$\tilde{X}_t = (\tilde{X}_{t-1} \times \tilde{V}_t \times \tilde{A}_t) \circ R(t, t-1)$	Предложенный структурно-лингвистический (Т-модель)
$M^2$	$M_1^2$	$\tilde{v}_t = \tilde{v}_{t-1} \times \tilde{v}_{t-2} \times \dots \times \tilde{v}_{t-p} \circ R_{\tilde{v}}(t, t-p),$ $\tilde{a}_t = \tilde{a}_{t-1} \times \tilde{a}_{t-2} \times \dots \times \tilde{a}_{t-q} \circ R_{\tilde{a}}(t, t-q)$	Предложенный структурно-лингвистический (Т-модель)
$M^3$	$M_1^3$	$n \tau_t = (n \tau_{t-1} \times n \tau_{t-2} \times \dots \times n \tau_{t-k}) \circ R_{n\tau}(t, t-k)$	Предложенный структурно-лингвистический (LT-модель)
	$M_2^3$	$\Phi(t_a, t_b) = (y(t_a, t_b) = \tau) \& ((t_a, t_b) = q)$	Нечетко-темпоральный (НТ-модель)
$M^4$	$M_1^4$	$G\tilde{\Sigma} = \{ \text{"Рост"}, \text{"Падение"}, \text{"Стабильность"}, \text{"Колебания"}, \text{"Хаос"} \}$	Предложенный структурно-лингвистический (OT-модель)

Математическая модель ВР выбранного уровня грануляции описывает его поведение, недоступное для моделей других уровней.

Важной проблемой при этом является задача формализации соотношений  $P_i^r$ , позволяющих преобразовывать гранулы разных уровней и, таким образом, обеспечивать их информационное взаимодействие. Решение этого вопроса будет рассмотрено в следующей главе монографии.

На рис. 2.2 представлена система логически связанных объектов анализа ВР в гранулярном представлении.

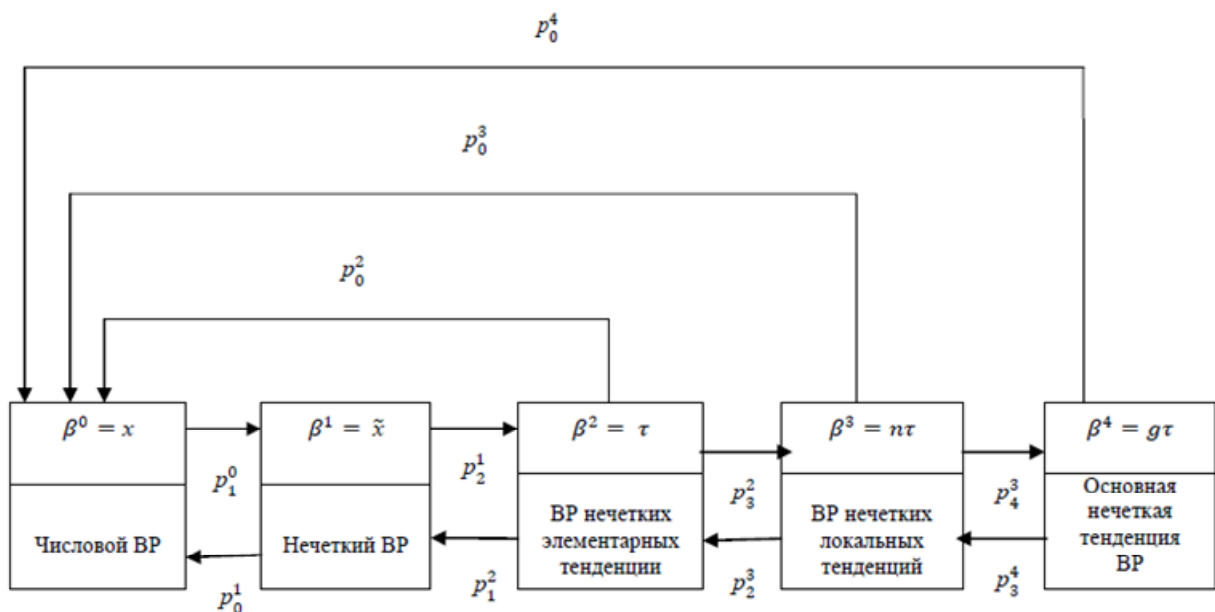


Рисунок 2.2. Гранулярное представление системы объектов анализа ВР

## Выводы

Предложенный и рассмотренный в настоящей главе структурно-лингвистический подход расширяет сферу применимости методологии моделирования ВР на данные, обладающие высокой степенью неопределенности, и нацелен в первую очередь на моделирование нечетких тенденций и их параметров.

В то же время предложенный подход может иметь широкое применение для анализа динамических процессов различного рода.

## ГЛАВА 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ ТЕНДЕНЦИЙ

### 3.1. Теоретические положения моделирования нечетких тенденций

#### 3.1.1. Классификация нечетких тенденций

Рассмотренная модель нечеткой тенденции в главе 2 и ее разновидности в виде элементарной, локальной и основной (общей) тенденции позволяют сделать следующие выводы [Афанасьева и др., 2009а].

1. Модели элементарной, локальной, основной НТ нечеткого временного ряда обладают общей структурой.

2. Локальная и основная нечеткие тенденции НВР могут быть выражены через временной ряд нечетких элементарных тенденций.

3. Временной ряд нечетких элементарных тенденций является инвариантным средством лингвистического представления поведения любого НВР.

4. Представление временных рядов в виде нечетких временных рядов и временных рядов нечетких элементарных тенденций позволяет учитывать дополнительные знания в виде семантики прикладной области за счет использования контекстно-зависимых нечетких меток.

Введем следующие определения.

**Определение 3.1.** К однородным нечетким тенденциям относятся нечеткие тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$ , для которых верно  $\tilde{v}_i = \tilde{v}_s$ .

**Определение 3.2.** К эквивалентным нечетким тенденциям относятся однородные нечеткие тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  такие, что  $\tilde{a}_i = \tilde{a}_s$ ,  $\Delta\tilde{t}_i = \Delta\tilde{t}_s$ ,  $\mu_i = \mu_s$ .

**Определение 3.3.** К неоднородным нечетким тенденциям относятся нечеткие тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  такие, что  $\tilde{v}_i \neq \tilde{v}_s$ .

**Определение 3.4.** К подобным нечетким тенденциям относятся однородные нечеткие тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  такие, что  $\tilde{a}_i = \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_i = \Delta\tilde{t}_s$ .

**Определение 3.5.** Базовая НТ – это такая нечеткая тенденция, типы которой принадлежат множеству {«Рост», «Падение», «Стабильность»}. В противном случае нечеткая тенденция относится к производным тенденциям.

На рис. 3.1 приведена классификация нечетких тенденций.



Рисунок 3.1. Классификация нечетких тенденций

### 3.1.2. Операции в классе нечетких тенденций

**Определение 3.6.** Объединением однородных нечетких тенденций  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  является тенденция  $\tau_j = \tau_i \cup \tau_s$ , такая

что  $\tau_j = \langle \tilde{v}_j, \tilde{a}_j, \Delta \tilde{t}_j, \mu_j \rangle$ , для которой  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$ ,  $\tilde{a}_j = \max(\tilde{a}_i, \tilde{a}_s)$ ,  $\mu_j = \mu_i \cup \mu_s$ , длительность тенденции  $\Delta \tilde{t}_j = \max(\Delta \tilde{t}_i, \Delta \tilde{t}_s)$ .

**Определение 3.7.** Пересечением однородных нечетких тенденций  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta \tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta \tilde{t}_s, \mu_s \rangle$ , является тенденция  $\tau_j = \tau_i \cap \tau_s$ , такая что  $\tau_j = \langle \tilde{v}_j, \tilde{a}_j, \Delta \tilde{t}_j, \mu_j \rangle$ , для которой  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$ ,  $\tilde{a}_j = \min(\tilde{a}_i, \tilde{a}_s)$ ,  $\mu_j = \mu_i \cap \mu_s$ , длительность тенденции  $\Delta \tilde{t}_j = \min(\Delta \tilde{t}_i, \Delta \tilde{t}_s)$ .

### 3.1.3. Меры сходства и различия нечетких тенденций

При рассмотрении нового объекта – нечеткой элементарной тенденции – на нечетком временном ряду интерес представляет реализация операции сравнения, результат которой будет представлен не только качественно, но и количественно.

Ниже введем для этих целей количественные меры сходства и различия нечетких элементарных тенденций [Афанасьева и др., 2009а; Ярушкина и др. 2010а].

Пусть заданы две нечеткие элементарные тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta \tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta \tilde{t}_s, \mu_s \rangle$ .

Введем для любых двух НЭТ  $\tau_i$  и  $\tau_s$  меру  $q: \tau_i \times \tau_s \rightarrow [0,1]$ , отражающую степень их сходства, и меру  $\rho: \tau_i \times \tau_s \rightarrow [0,1]$ , отражающую степень их различия (расстояние между НЭТ). Предположим, что существует следующее соотношение между введенными мерами в виде  $q(\tau_i, \tau_s) = 1 - \rho(\tau_i, \tau_s)$ , следовательно, будем считать, что при  $q(\tau_i, \tau_s) = 0$ ,  $\rho(\tau_i, \tau_s) = 1$  сходство между  $\tau_i$  и  $\tau_s$  отсутствует, при  $q(\tau_i, \tau_s) = 1$ ,  $\rho(\tau_i, \tau_s) = 0$  – полное сходство, и тенденции  $\tau_i$  и  $\tau_s$  будут относиться к классу эквивалентных.

**Утверждение 3.1.** Степень различия двух НЭТ  $x=\tau_i$  и  $y=\tau_s$  определяется формулой:

$$\rho(x, y) = \rho(\tilde{v}_i^x, \tilde{v}_i^y) \cdot \rho(\tilde{\alpha}_i^x, \tilde{\alpha}_i^y) \cdot \sqrt{\rho(\mu_i^x, \mu_i^y)^2},$$

где

$$\rho(\tilde{v}_i^x, \tilde{v}_i^y) = \begin{cases} 0 & \tilde{v}_i^x = \tilde{v}_i^y \\ 1, & \tilde{v}_i^x \neq \tilde{v}_i^y, \tilde{v}_i^x \neq C \\ 0.5, & \tilde{v}_i^x \neq \tilde{v}_i^y, \tilde{v}_i^x = C \end{cases} \quad \rho(\tilde{\alpha}_i^x, \tilde{\alpha}_i^y) = \begin{cases} 1, & \tilde{\alpha}_i^x \neq \tilde{\alpha}_i^y \\ 0, & \tilde{\alpha}_i^x = \tilde{\alpha}_i^y \end{cases}$$

$$\rho(\mu_i^x, \mu_i^y) = |\mu_i^x - \mu_i^y|, \quad 0 \leq \rho(x, y) \leq 1$$

Доказательство. С целью определения вида функции  $\rho(\tau_i, \tau_s)$ , рассмотрим типы нечетких элементарных тенденций: противоположные  $\tilde{v}_i \neq \tilde{v}_s$ , эквивалентные  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$ ,  $\tilde{\alpha}_i = \tilde{\alpha}_s$ ,  $\mu_i = \mu_s$  и однородные  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$  элементарные тенденции.

Будем считать, что противоположные НЭТ являются объективно различными, для них положим  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\tilde{v}_i, \tilde{v}_s) = 1$ . Для не противоположных элементарных тенденций положим  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\tilde{v}_i, \tilde{v}_s) = 0,5$ . Для эквивалентных элементарных нечетких тенденций определим максимальную степень схождения  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\tilde{v}_i, \tilde{v}_s) = 0$ , тогда для однородных элементарных нечетких тенденций справедливо  $0 \leq \rho(\tau_i, \tau_s) \leq 1$ ,  $0 \leq \rho(\tau_i, \tau_s) \leq 1$ .

Так как две однородные тенденции  $\tau_i, \tau_s$  могут различаться и по интенсивности  $\tilde{\alpha}$ , и по степени принадлежности  $\mu$ , предположив, что  $\mu_s = \mu_i$ , определим функцию различия  $\rho(\tau_i, \tau_s)$  как функцию расстояния интенсивностей ЭТ  $\rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s)$ , то есть  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s)$ ,  $\mu_s = \mu_i$ ,  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$ . Естественно предположить, что для эквивалентных НЭТ  $\rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s) = 0$ , в противном случае  $\rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s) = 1$ .

Очевидно, что для функции  $\rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s)$  выполнимы все аксиомы числовой метрики, а ее значения удовлетворяют неравенству  $0 \leq \rho(\tau_i, \tau_s) \leq 1$ .



Таким образом, мера различия однородных элементарных нечетких тенденций задается мерой различия их интенсивностей  $\rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s)$ , то есть  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\tilde{\alpha}_i, \tilde{\alpha}_s)$ ,  $\mu_s = \mu_i$ ,  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$ , а мера сходства –  $q(\tau_i, \tau_s) = 1 - \rho(\tau_i, \tau_s)$ .

Далее рассмотрим среди однородных элементарных тенденций такие, у которых интенсивности равны, то есть  $\tilde{a}_i = \tilde{a}_s$ , а степени принадлежности различны  $\mu_s \neq \mu_i$ .

Тогда очевидна количественная интерпретация степени различия тенденций  $\rho(\tau_i, \tau_s)$  в виде функции над степенями принадлежности тенденций, имеющей смысл функции расстояния:  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\mu_i, \mu_s)$ .

В качестве функции расстояния для двух элементарных тенденций  $\rho(\mu_i, \mu_s)$ , степень принадлежности которых выражена числом  $\mu$ , можно использовать числовые метрики: Эвклида, Хемминга и другие [Пивкин и др., 2006].

Другой подход учитывает тот факт, что степень принадлежности  $\mu$  порождена функцией принадлежности нечеткого множества и может рассматриваться не только как число, но и как одноточечная функция принадлежности. В этом случае функцию расстояния целесообразно выразить посредством операции разности нечетких множеств [Ярушкина, 2004; Яхъяева, 2006]:  $\rho(\mu_i, \mu_s) = \mu_i \& (1 - \mu_s) = \min(\mu_i; (1 - \mu_s))$ .

Можно использовать для функционального выражения  $\rho(\mu_i, \mu_s)$  и тот факт, что минимум из двух функций принадлежности  $\mu_i, \mu_s$  содержит их общую часть, тогда различие в функциях принадлежности  $\mu_i, \mu_s$  может быть выражено в виде  $\rho(\mu_i, \mu_s) = \max(\mu_i, \mu_s) - \min(\mu_i, \mu_s)$ . Данная мера различия может быть получена и при интерпретации различия как разницы расстояний нечетких элементарных тенденций  $\tau_i$  и  $\tau_s$  до четкой ЭТ, для которой  $\mu = 1$ .

При однотоочечных функциях принадлежности, характерных для нечетких элементарных тенденций, нетрудно заметить, что мера  $\rho(\mu_i, \mu_s)$  сводится к формуле вычисления расстояния в метрическом пространстве  $E^1$ :  $\rho(\mu_i, \mu_s) = |\mu_i - \mu_s|$ . Нетрудно показать, что в связи с тем, что  $\mu \in [0, 1]$ , то и значение  $\rho(\mu_i, \mu_s)$  также принадлежит отрезку  $[0, 1]$ .

В результате мера различия двух однородных нечетких элементарных тенденций при условии  $\tilde{a}_i = \tilde{a}_s$  может быть выражена следующим образом:  $\rho(\tau_i, \tau_s) = \rho(\mu_i, \mu_s)$ . С учетом вышесказанного мера различия однородных элементарных нечетких тенденций при  $\tilde{a}_i \neq \tilde{a}_s, \mu_i \neq \mu_s$  может быть выражена в виде формулы:

$$\rho(x, y) = \rho(\tilde{v}_i^x, \tilde{v}_i^y) \cdot \rho(\tilde{\alpha}_i^x, \tilde{\alpha}_i^y) \cdot \sqrt{\rho(\mu_i^x, \mu_i^y)^2},$$

где

$$\rho(\tilde{v}_i^x, \tilde{v}_i^y) = \begin{cases} 0 & \tilde{v}_i^x = \tilde{v}_i^y \\ 1, & \tilde{v}_i^x \neq \tilde{v}_i^y, \tilde{v}_i^x \neq C \\ 0.5, & \tilde{v}_i^x \neq \tilde{v}_i^y, \tilde{v}_i^x = C \end{cases} \quad \rho(\tilde{\alpha}_i^x, \tilde{\alpha}_i^y) = \begin{cases} 1, & \tilde{\alpha}_i^x \neq \tilde{\alpha}_i^y \\ 0, & \tilde{\alpha}_i^x = \tilde{\alpha}_i^y \end{cases}$$

$$\rho(\mu_i^x, \mu_i^y) = |\mu_i^x - \mu_i^y|, 0 \leq \rho(x, y) \leq 1.$$

В таблицах 3.1 и 3.2 приведено качественное оценивание различия и сходства ВР, при этом для удобства степень различия выражено в процентах.

Таблица 3.1. Оценивание различия двух ВР

Критерий различия временных рядов X и Y	Числовая и лингвистическая оценка степени различия
$\rho(x, y) = 100\% \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\rho(\tilde{v}_i^x, \tilde{v}_i^y) \cdot \rho(\tilde{\alpha}_i^x, \tilde{\alpha}_i^y) \cdot \sqrt{\rho(\mu_i^x, \mu_i^y)^2})$ $\rho(\tilde{\alpha}_i^x, \tilde{\alpha}_i^y) = \begin{cases} 1, & \tilde{\alpha}_i^x \neq \tilde{\alpha}_i^y \\ 0, & \tilde{\alpha}_i^x = \tilde{\alpha}_i^y \end{cases}$ $\rho(\mu_i^x, \mu_i^y) =  \mu_i^x - \mu_i^y  \quad \rho(\tilde{v}_i^x, \tilde{v}_i^y) = \begin{cases} 0 & \tilde{v}_i^x = \tilde{v}_i^y \\ 1, & \tilde{v}_i^x \neq \tilde{v}_i^y, \tilde{v}_i^x \neq C \\ 0.5, & \tilde{v}_i^x \neq \tilde{v}_i^y, \tilde{v}_i^x = C \end{cases}$	$\rho(x, y) \leq 5\%$ - очень высокое, $5\% < \rho(x, y) \leq 25\%$ - высокое, $25\% < \rho(x, y) \leq 50\%$ - среднее, $50\% < \rho(x, y) \leq 70\%$ - низкое, $\rho(x, y) > 70\%$ - очень низкое

### 3.2. Модель нечеткой элементарной тенденции нечеткого временного ряда

**Определение 3.8.** Нечеткая элементарная тенденция – это такая нечеткая тенденция НВР  $\tau_k \in \mathfrak{F}$ , выражающая характер изменения на участке НВР между двумя соседними нечеткими метками НВР  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i+1}$ .

Таблица 3.2. Оценивание сходства двух ВР

Критерий сходства временных рядов X и Y	Числовая и лингвистическая оценка степени сходства
$q(x, y) = 100\% - \rho(x, y)$  $0 \leq q(x, y) \leq 100\%$	$q(x, y) \leq 30\%$ - очень низкое,  $30\% < q(x, y) \leq 50\%$ - низкое,  $50\% < q(x, y) \leq 75\%$ - среднее,  $75\% < q(x, y) \leq 95\%$ - высокое,  $q(x, y) > 95\%$ - очень высокое.

Типы элементарных тенденций являются базовыми типами нечетких тенденций НВР из множества  $\tilde{V}1 = \{\tilde{v}1, \tilde{v}2, \tilde{v}3\}$ ,  $\tilde{v}1$  = «Стабильность»,  $\tilde{v}2$  = «Падение»,  $\tilde{v}3$  = «Рост».

Определения, введенные для нечетких тенденций, справедливы и для элементарной тенденции, за исключением некоторых уточнений, рассмотренных ниже.

**Определение 3.9.** К противоположным элементарным тенденциям относятся неоднородные элементарные тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta \tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta \tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  такие, что  $\tilde{v}_i \neq C$  и  $\tilde{v}_s \neq C$  (где  $C$  = «Стабильность»).

Тенденция типа  $\tilde{v} = C$  противоположной тенденции не имеет.

**Определение 3.10.** К непротивоположным элементарным тенденциям относятся неоднородные элементарные тенденции  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  такие, что ( $\tilde{v}_i = C$  и  $\tilde{v}_s \neq C$ ) или ( $\tilde{v}_i \neq C$  и  $\tilde{v}_s = C$ ).

**Определение 3.11.** Объединением непротивоположных элементарных тенденций  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \Delta\tilde{t}_i, \mu_i \rangle$  и  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$ ,  $\tilde{v}_i \neq C$  и  $\tilde{v}_s = C$  является тенденция  $\tau_j = \tau_i \cup \tau_s$  такая, что  $\tau_j = \langle \tilde{v}_j, \tilde{a}_j, \Delta\tilde{t}_j, \mu_j \rangle$ , для которой  $\tilde{v}_j = \tilde{v}_s$ ,  $\tilde{a}_j = \max(\tilde{a}_i, \tilde{a}_s)$ ,  $\mu_j = \mu_i \cup \mu_s$ , длительность тенденции  $\Delta\tilde{t}_j = \max(\Delta\tilde{t}_i, \Delta\tilde{t}_s)$ .

**Определение 3.12.** Финальной элементарной тенденцией  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  является такая элементарная тенденция, которая образована на последней паре соседних значений НВР.

**Определение 3.13.** Начальной элементарной тенденцией  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta\tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  является такая элементарная тенденция, которая образована на первой паре соседних значений НВР.

Приведенные определения позволяют сделать вывод о представимости любого НВР инвариантами в виде последовательности особого класса нечетких тенденций – нечетких элементарных тенденций.

**Теорема 3.1.** Для каждой временной точки нечеткого временного ряда  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , кроме первой и последней, могут быть определены две нечеткие элементарные тенденции.

Доказательство. Так как все соседние интервалы, на которых идентифицируются нечеткие элементарные тенденции, кроме первого и последнего, имеют общие точки, которые для одного интервала являются начальными, а для другого концевыми, то эти общие точки одновременно принадлежат двум соседним интервалам НВР. А так как для каждого такого интервала может быть определена отдельная НЭТ, то для таких

общих точек могут быть определены две НЭТ. Для начальной и конечной точки НВР отсутствуют соседние точки, а поэтому для них могут быть определены только по одной НЭТ.

В дальнейшем для однозначности будем привязывать НЭТ, идентифицируемую как нечеткое приращение НВР между  $\tilde{x}_{j-1}$  и  $\tilde{x}_j$ , к временной точке с номером  $j$ .

Длительность НЭТ равна по определению единичному интервалу, поэтому в дальнейшем в модели НЭТ компоненту длительности рассматривать не будем.

### **3.3. Теоретические положения и модель нечеткой шкалы как математического инструмента оценивания НЭТ**

Приложение предложенной формальной структурно-лингвистической модели НЭТ (Определение 3.8) к анализу ВР порождает следующую совокупность новых задач.

1. Задача оценивания компонент НЭТ.
2. Задача идентификации НЭТ на временном ряду.
3. Задача моделирования ВР в терминах НЭТ.
4. Задача определение новых критериев эффективности моделей ВР и НВР и степени сходства ВР.

Для решения проблемы идентификации параметров нечеткой элементарной тенденции ВР представляется целесообразным использовать специальную оценочную шкалу.

В настоящем разделе предлагается специальная лингвистическая шкала в качестве инструмента как абсолютного, так и сравнительного нечеткого оценивания – ACL-шкала (Absolute & Comparative Linguistic) [Афанасьева, 2008а, Афанасьева и др., 2009]. Абсолютные оценки, полученные по ACL-шкале, соответствуют нечетким оценкам (меткам)

значений НВР, а сравнительные оценки – нечетким элементарным тенденциям НВР.

Формально шкалой называется кортеж из трех элементов:

$$\langle X, \varphi, Y \rangle,$$

где  $X = \{x_i, R_x\}$  – реальный объект со свойствами  $x_i, i \in [1, m]$ , на которых задано отношение  $R_x$ ;

$Y = \{\varphi(x_i), R_y\}$  определяет шкалу как знаковую систему с отношением  $R_y$ ;

$\varphi \in \Phi$  гомоморфное отображение  $X$  на  $Y$  так, что  $\{\varphi(x_i)\} \in R_y$  только тогда, когда  $\{x_i\} \in R_x$  для всех  $i \in [1, m]$  [Анфилатов, 2003].

Тип шкалы определяется по  $\Phi = \{\varphi(x_i)\}$  и множеству допустимых операций.

В настоящее время исследование, формальное описание, моделирование и обработка сравнительных нечетких оценок на множестве абсолютных нечетких оценок не получило достаточного развития.

### 3.3.1. Структурная модель АСЛ-шкалы

Введем следующие предположения при определении модели АСЛ-шкалы [Афанасьева и др., 2009а].

1. Множество оцениваемых объектов  $x \in X$  образует носитель АСЛ-шкалы и может быть любой природы. Объекты множества  $X$  обладают свойством упорядоченности, то есть на  $X$  определено бинарное отношение  $x \leq y$ , обладающее следующими свойствами:

(I) рефлексивность:  $x \leq x, \forall x \in X$

(II) транзитивность: если  $x \leq y$  и  $y \leq z$ , то  $x \leq z, \forall x, y, z \in X$

(III) антисимметричность: если  $x \leq y$  и  $y \leq x$ , то  $x = y, \forall x, y \in X$ .

2. Градации АСЛ-шкалы задают лингвистические наименования нечетких экспертных оценок  $\tilde{x}$ , образующих конечное множество  $\tilde{X}$ , элементы которого также частично упорядочены в силу природы нечетких

экспертных оценок  $\tilde{x}$ . На множестве  $\tilde{X}$  определено бинарное отношение  $\tilde{x} \leq \tilde{y}$ , обладающее следующими свойствами:

(I) рефлексивность:  $\tilde{x} \leq \tilde{x}$ ,  $\forall \tilde{x} \in \tilde{X}$

(II) транзитивность: если  $\tilde{x} \leq \tilde{y}$  и  $\tilde{y} \leq \tilde{z}$ , то  $\tilde{x} \leq \tilde{z}$ ,  $\forall \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \in \tilde{X}$

(III) антисимметричность: если  $\tilde{x} \leq \tilde{y}$  и  $\tilde{y} \leq \tilde{x}$ , то  $\tilde{x} = \tilde{y}$ ,  $\forall \tilde{x}, \tilde{y} \in \tilde{X}$ .

3. Считаем, что каждый элемент  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$  моделируется функцией  $\mu_{\tilde{x}_i}(x)$  так, что  $\tilde{X}$  покрывает множество  $X$ . Функция  $\mu_{\tilde{x}_i}(x)$  задает семантику нечеткой оценки  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$  объекта  $x \in X$  и называется функцией принадлежности (соответствия) объекта  $x$  нечеткому множеству  $\tilde{x}_i$ .

Таким образом, математическим объектом нечеткой оценки является нечеткое множество  $\tilde{x}_i = \{x, \mu_{\tilde{x}_i}(x)\}$ .

**Определение 3.14.** Структурная модель ACL-шкалы  $S_x$  для определения абсолютных нечетких оценок представима в виде лингвистической переменной

$$S_x = \langle Name\_S_x, \tilde{X}, X \rangle,$$

где  $Name\_S_x$  – имя ACL-шкалы (или название критерия, по которому производится оценивание объектов  $x \in X$ );

$X$  – универсальное множество объектов  $x$ , образующее область определения шкалы. В дальнейшем будем рассматривать конечное множество  $X$  имеющее точную нижнюю и верхнюю грани:  $nmin = inf(X)$ ,  $nmax = sup(X)$ ;

$\tilde{X}$  – базовое конечное терм-множество абсолютных нечетких оценок (лингвистических названий градаций шкалы), например,  $\tilde{X} = \{\langle \text{Плохой} \rangle, \langle \text{Удовлетворительный} \rangle, \langle \text{Хороший} \rangle, \langle \text{Отличный} \rangle \text{ и др.} \}$ ,  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $i \in [1, m]$ ;

Пример множества  $\tilde{X} = \{A0-1, A0, A1, A2, A2+1\}$ , его носителя  $X = [-10, 50]$  и соответствующих треугольных функций принадлежности образующих основу шкалы  $S_x$ , приведен на рис. 3.2.

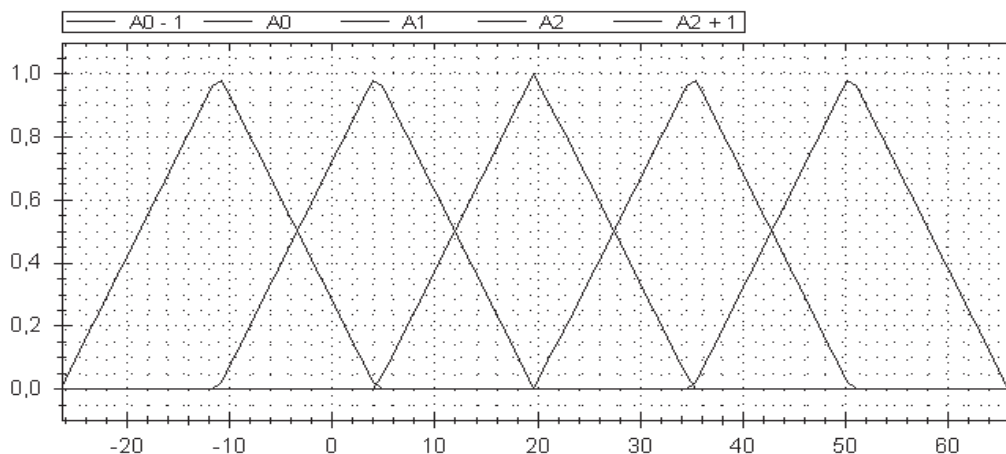


Рисунок 3.2. Пример нечеткой шкалы

Так как на множестве  $\tilde{X}$  определено бинарное отношение  $\tilde{x} \leq \tilde{y}$ , обозначим это отношение как  $\text{TTend}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$ , по содержанию – это лингвистическое отношение, фиксирующее тип изменения между двумя нечеткими оценками  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j$  шкалы.

Отношение  $\text{TTend}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$  является нечетким лингвистическим отношением, применяемым для определения сравнительной нечеткой оценки  $\tilde{v}_{ij} = \text{TTend}(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$ , характеризующей направление изменения (увеличение или уменьшение) значения абсолютной нечеткой оценки  $\tilde{x}_i$  по отношению к оценке  $\tilde{x}_j$ , которое может быть представлено лингвистическими выражениями, например, значениями из множества {«РОСТ», «ПАДЕНИЕ», «СТАБИЛЬНОСТЬ»}. Пример отношения  $\text{TTend}$  для трех термов из  $\tilde{X} = \{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3\}$ , упорядоченных по номерам, представлен в таблице 3.3.



Таблица 3.3. Отношение  $TTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$

Нечеткие термы	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$
$\tilde{x}_1$	Стабильность	Рост	Рост
$\tilde{x}_2$	Падение	Стабильность	Рост
$\tilde{x}_3$	Падение	Падение	Стабильность

Отметим, что каждая нечеткая оценка  $\tilde{v}_{ij} = TTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$  представима своим нечетким множеством, семантика которого задается экспертно или на основании некоторой формализованной процедуры.

Отношение  $TTend$  антирефлексивно, антисимметрично и транзитивно:

$$\begin{aligned} \forall \tilde{x} \in \tilde{X} \quad TTend(\tilde{x}, \tilde{x}) &= 0, \\ \forall \tilde{x}, \tilde{y} \in \tilde{X} (\tilde{x} \neq \tilde{y}) \quad TTend(\tilde{x}, \tilde{y}) \wedge TTend(\tilde{y}, \tilde{x}) &= 0, \\ \forall \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} \in \tilde{X} \quad TTend(\tilde{x}, \tilde{z}) &> TTend(\tilde{x}, \tilde{y}) \wedge TTend(\tilde{y}, \tilde{z}). \end{aligned}$$

Указанные свойства отношения  $TTend$  позволяют классифицировать его как отношение порядка.

Тогда совокупность всех возможных нечетких оценок  $\tilde{V} = \{\tilde{v}_{ij}\}$  образует нечеткую порядковую шкалу  $S_v = \langle Name\_TTend, \tilde{V}, \tilde{X}, X, \rangle$ .

Предположим, что существует бинарное отношение  $RTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$  – лингвистическое отношение, фиксирующее интенсивность различия между двумя нечеткими оценками  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j$  шкалы. Отношение  $RTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$  является также нечетким лингвистическим отношением, применяемым для определения сравнительной нечеткой оценки  $\tilde{\alpha}_{ij} = RTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$ , характеризующей степень различия, «неметрическое расстояние» между нечеткими оценками  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j$ , которое может быть выражено лингвистически, например, значениями из множества {«БОЛЬШОЕ»},

«СРЕДНЕЕ», «МАЛОЕ», «ОТСУТСТВУЕТ»}. Пример отношения RTend для четырех термов из  $\tilde{X} = \{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4\}$  представлен в таблице 3.4.

Таблица 3.4. Отношение RTend ( $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j$ )

Нечеткие термы	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$
$\tilde{x}_1$	Отсутствует	Малое	Среднее	Большое
$\tilde{x}_2$	Малое	Отсутствует	Малое	Среднее
$\tilde{x}_3$	Падение	Малое	Отсутствует	Малое
$\tilde{x}_4$	Большое	Среднее	Малое	Отсутствует

Семантика оценки  $\tilde{\alpha}_{ij}$  также представима своим нечетким множеством с функцией принадлежности, задаваемой экспертно или на основании некоторой формализованной процедуры.

Отношение RTend антирефлексивно и симметрично:

$$\begin{aligned} \forall \tilde{x} \in \tilde{X} \quad RTend(\tilde{x}, \tilde{x}) &= 0, \\ \forall \tilde{x}, \tilde{y} \in \tilde{X} \quad RTend(\tilde{x}, \tilde{y}) &= RTend(\tilde{y}, \tilde{x}). \end{aligned}$$

Указанные свойства отношения RTend позволяют классифицировать его как отношение различия, при этом совокупность всех возможных оценок  $\tilde{A} = \{\tilde{\alpha}_{ij}\}$  образует нечеткую шкалу  $S_a = \langle Name\_RTend, \tilde{A}, \tilde{X}, X \rangle$ .

Введем в состав ACL-шкалы  $S_x$  нечеткие термы сравнительных оценок  $\tilde{V}, \tilde{A}$ , семантические правила которых определяются отношениями TTend, RTend, тогда получим ее расширение, для «оценивания» изменений, то есть для определения не только абсолютных, но и сравнительных нечетких оценок. Структурную модель расширенной ACL-шкалы  $S_x$  представим в виде лингвистической переменной

$$S_x = \langle Name\_S_x, \tilde{X}, X, \tilde{V}, \tilde{A} \rangle.$$

Таким образом, ACL-шкала  $S_x$  нечеткого оценивания является двухуровневой. На первом уровне иерархии ACL-шкала  $S_x$  позволяет определять нечеткие оценки  $\tilde{x}_i$  для значений  $x \in X$ . Такие нечеткие оценки относятся к классу абсолютных нечетких оценок. А на втором уровне иерархии для значений  $\tilde{x}_i$  и  $\tilde{x}_j$  – нечеткие оценки их изменений  $(\tilde{v}_{ij}, \tilde{\alpha}_{ij})$ , характеризующие качественные аспекты различий или «разности первого порядка» по шкалам  $S_v, S_a$  (рис. 3.3). Такие нечеткие оценки относятся к сравнительным нечетким оценкам, которые могут быть рассмотрены, как параметры нечетких тенденций.

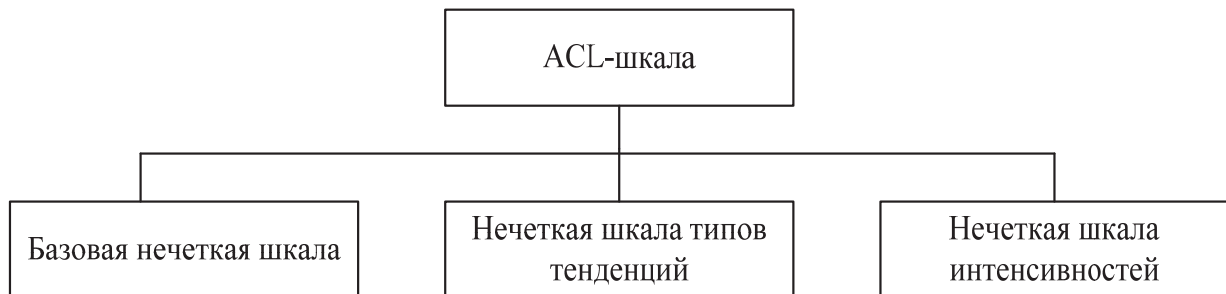


Рисунок 3.3. Структура ACL-шкалы

Рассмотрим особенности ACL-шкалы. Предлагаемая лингвистическая ACL-шкала  $S_x$  относится к классу нечетких оценочных шкал, входящих в класс порядковых шкал, в ней дополнительно можно оценивать тип различия и степень различия. Это свойство позволяет рассматривать лингвистическую оценочную ACL-шкалу  $S_x$  как «квазиинтервальную» и определить для нее «оценочные» и «вычислительные» операции.

### 3.3.2. Функциональная модель ACL-шкалы

Введем операционный базис шкалы  $\Omega = \{F\_T, F\_C, F\_P, F\_Er\}$  – множество операций (функций и предикатов):

операции-функции  $F\_T = \{Fuzzy, DeFuzzy, TTend, RTend\}$  для оценивания нечетких значений НВР и компонент НЭТ;

операции-функции  $F\_C = \{STend, GTend\}$  для вычисления новых нечетких значений НТ;

операции- предикаты  $F\_P = \{P_p, P_n\}$  для анализа базовых типов НТ;

операции-функции  $F\_Er = \{Er_{\tilde{v}}, Er_{\tilde{A}}, Er_v, Er_a, Er_{\tilde{x}}, Er_x\}$  для вычисления погрешностей лингвистического и численного оценивания (табл. 3.5).

Множество  $F\_T$  «оценочных» операций ACL-шкалы  $S_x$ , порождающих нечеткие оценки, включает :

1. Операцию определения абсолютной нечеткой оценки  $\tilde{x}_i$  по значению оцениваемого объекта  $x_j$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i &= Fuzzy(x_j), x_j \in X, \tilde{x}_i \in \tilde{X}, \\ \tilde{x}_i &= \tilde{x}_k, \text{ если } \tilde{x}_k(x_j) \geq \tilde{x}_s(x_i), \\ \forall s &= 1, 2, \dots, m. \end{aligned}$$

2. Операцию определения значения оцениваемого объекта  $x_j$  по абсолютной нечеткой оценке  $\tilde{x}_i$

$$\begin{aligned} x_j &= DeFuzzy(\tilde{x}_i), x_j \in X, \tilde{x}_i \in \tilde{X}, \\ x'_i &= \frac{\int_{n \min}^{n \max} x \cdot \tilde{x}(x) dx}{\int_{n \min}^{n \max} \tilde{x}(x) dx}. \end{aligned}$$

3. Операцию определения типа различия (сравнительной нечеткой оценки)

$$\tilde{v}_{ij} = TTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j), \tilde{x}_i \in \tilde{X}, \tilde{x}_j \in \tilde{X}.$$

Операция  $TTend$  некоммутативна.

4. Операцию определения интенсивности различия (сравнительной нечеткой оценки)

$$\tilde{\alpha}_{ij} = RTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j), \tilde{x}_i \in \tilde{X}, \tilde{x}_j \in \tilde{X}.$$

Операция  $RTend$  коммутативна.

Для нечетких значений  $\tilde{v}_{ij}$  и  $\tilde{\alpha}_{ij}$  введем операцию  $DeFuzzy$  для получения приближенных значений типа и интенсивности различия.

$$v_i = Defuzzy(\tilde{v}_i)$$

$$DeFuzzy(\tilde{v}_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{v}_i = \text{"стабильность"} \\ -1, & \text{если } \tilde{v}_i = \text{"падение"} \\ 1, & \text{если } \tilde{v}_i = \text{"рост"} \end{cases}$$

Дефаззификация  $\tilde{\alpha}_i$  аналогична дефаззификации  $\tilde{x}_i$ .

$$a'_i = \frac{\int_{n \min}^{n \max} x \cdot \tilde{\alpha}(x) dx}{\int_{n \min}^{n \max} \tilde{\alpha}(x) dx}.$$

5. Операцию вычисления новой абсолютной нечеткой оценки

$$\tilde{x}_j = DeETend(\tilde{x}_i, \tilde{v}_{ij}, \tilde{\alpha}_{ij}), \tilde{x}_j = \min(\tilde{x}_i, \tilde{v}_i, \tilde{\alpha}_i).$$

Таким образом, операции оценивания образуют множество

$$F\_T = \{ Fuzzy, DeFuzzy, TTend, RTend, DeETend \}.$$

Соответствие введенных операций гранулярным преобразованиям в гранулярной модели ВР (глава 2) представлено в таблице 3.5.

Определим множество  $F\_C = \{STend, GTend\}$  как совокупность допустимых «вычислительных» операций ACL-шкалы, выраженных функциями для вычисления новых нечетких сравнительных оценок на основе имеющихся:

1. Операция  $STend$  для получения локальных тенденций может быть выполнена на основе определения 3.11.
2. Операция  $GTend$  определяет основную тенденцию НВР.

В следующей главе рассмотрены алгоритмы реализации операций

$$F\_C = \{STend, GTend\}.$$

Таблица 3.5. Операции ACL-шкалы, моделирующие переходы между гранулами разного уровня

$P_i^r$	Операция оценивания объекта ВР	Результат оценивания	Оценка погрешности оценивания
$P_1^0$	$\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t).$	$\tilde{x}'_t = \tilde{x}_k, \text{ если } \tilde{x}_k(x_t) \geq \tilde{x}_j(x_t),$ $\forall j = 1, 2, \dots, m$	$ER_{\tilde{x}_t} = \begin{cases} 0, & \tilde{x}_t = \tilde{x}'_t \\ 1, & \tilde{x}_t \neq \tilde{x}'_t \end{cases}$
$P_0^1$	$x_t = deFuzzy(\tilde{x}_t)$	$x'_t = \frac{\int_{n \min}^{n \max} x \cdot \tilde{x}(x) dx}{\int_{n \min}^{n \max} \tilde{x}(x) dx}.$ $x'_t = \frac{\sum_{k=1}^n x_k \cdot \tilde{x}_t(x_k)}{\sum_{k=1}^n \tilde{x}_t(x_k)}$	$Er_{x_t} =  x_t - x'_t $ $MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left  \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right  \cdot 100\%$
$P_2^1$	$\tilde{v}_t = TTend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_t),$ $\tilde{a}_t = RTend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_t)$	$\tilde{v}'_t = \min(\tilde{x}_{t-1}(x_{t-1}), \tilde{x}_t(x_t))$ $\tilde{a}'_t = \min(\tilde{x}_{t-1}(x_{t-1}), \tilde{x}_t(x_t))$	$Er_{\tilde{v}_t} = \begin{cases} 0 & \tilde{v}_t = \tilde{v}'_t \\ 1, & \tilde{v}_t \neq \tilde{v}'_t, \tilde{v}_t \neq C \\ 0.5, & \tilde{v}_t \neq \tilde{v}'_t, \tilde{v}_t = C \end{cases}$ $Er_{\tilde{a}_t} = \begin{cases} 1, & \tilde{a}_t \neq \tilde{a}'_t \\ 0, & \tilde{a}_t = \tilde{a}'_t \end{cases}$
$P_1^2$	$v_t = deFuzzy(\tilde{v}_t),$ $a_t = deFuzzy(\tilde{a}_t)$	$v'_t = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{v}_t = \text{«стабильность»} \\ -1, & \text{если } \tilde{v}_t = \text{«падение»} \\ 1, & \text{если } \tilde{v}_t = \text{«рост»} \end{cases}$ $a'_t = \frac{\int_{n \min}^{n \max} x \cdot \tilde{a}(x) dx}{\int_{n \min}^{n \max} \tilde{a}(x) dx}.$	$Er_{v_t} =  v_t - v'_t $ $Er_{a_t} =  a_t - a'_t $

Введем операции-предикаты  $F\_P = \{P_p, P_n\}$  для анализа базовых типов НТ.

1.  $P_p(\tau_s) = true$ , если  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta \tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  и  $\tilde{v}_s$  есть «Рост»,
2.  $P_n(\tau_s) = true$ , если  $\tau_s = \langle \tilde{v}_s, \tilde{a}_s, \Delta \tilde{t}_s, \mu_s \rangle$  и  $\tilde{v}_s$  есть «Падение».

Рассмотрим операции вычисления погрешностей (ошибок)  $F\_Er = \{Er_v, Er_a, Er_{\tilde{x}}, Er_x\}$ , возникающих при оценивании по ACL-шкале, и формирующие следующие показатели:

1. Показатель «точности» оценивания типа различия: сравнивается тип различия, полученный по «оценочной» операции ACL-шкалы, и тип, полученный по «вычислительной» операции ACL-шкалы

$$Er_{\nu_j} = Ttend(\tilde{x}_j, \tilde{x}'_j),$$

где  $\tilde{x}_j$  – значение «оценочной» операции ACL-шкалы Fuzzy;

$\tilde{x}'_j$  – значение реальной абсолютной оценки, полученное на основе экспертного оценивания.

Результат оценивает характеристику несовпадения типов изменений.

Количество несовпадений определяется при оценивании множества значений. Это количество кроме числовой формы может быть выражено и в виде нечеткой метки («Большое», «Незначительное», «Малое» и т. д.).

2. Показатель «точности» определения интенсивности различия

$$Er_{a_j} = RTend(\tilde{x}_j, \tilde{x}'_j).$$

Результат может быть представлен или в числовой форме, или в лингвистической форме.

3. Показатель «точности» абсолютного оценивания  $\tilde{x}_i$

$$Er_{\tilde{x}} = Er_{\tilde{x}}(\tilde{x}_j, \tilde{x}'_j).$$

4. Показатель «точности» оценивания исходного объекта  $x$

$$Er_x = Er(x, x'),$$

где  $x' = DeFuzzy(\tilde{x})$ ;

$x$  – исходное (наблюдаемое) значение оцениваемого объекта  $x \in X$ ;

$\tilde{x}$  – абсолютная оценка значения  $x$  по ACL-шкале.

Для конечных пользователей ACL-шкала  $S_x$  обеспечивает внешнее представление оценок в естественной лингвистической форме, внутреннее представление которых – семантика – формализуется на основе аппарата приближенных вычислений теории нечетких множеств и нечетких систем.

### 3.3.3. Параметрическая модель ACL-шкалы

Введенная структурная модель совместно с определенной функциональной моделью ACL-шкалы образуют структурно-функциональную модель ACL-шкалы [Афанасьева и др., 2009а].

В том случае, если все компоненты структурно-функциональной модели ACL-шкалы задаются экспертно, такая шкала будет соответствовать экспертной шкале. Оценки, полученные на ее основе, будут относиться к классу контекстно-зависимых. В то же время, введенные формальные определения операций при алгоритмическом уточнении обеспечат генерацию абсолютных нечетких оценок и введенных бинарных отношений, а значит, и сравнительных нечетких оценок с помощью автоматизированных процедур. Таким образом, комплекс алгоритмически реализованных определенных в функциональной модели операций является условием и базой для алгоритма построения модели ACL-шкалы на заданном универсальном множестве  $X$ . Такая шкала будет частично зависима от контекста среды.

Вследствие этого представляется обоснованным ввести параметрическую модель ACL-шкалы, параметры которой будут обеспечивать генерацию подмножеств возможных структурно-функциональных моделей ACL-шкал, построенных на одном и том же универсальном множестве  $X$ , каждая из которых будет отражать контекст предметной области. Обозначенное актуализирует задачу определения параметрической модели ACL-шкалы при фиксированной структурно-функциональной модели.

Параметризация ACL-шкалы полезна с одной стороны, как инструмент настройки шкалы на специфику предметной области, а с другой – для реализации оптимизационных процедур с целью минимизации погрешности оценивания. В условиях невозможности



решения задачи параметрической оптимизации, параметры модели ACL-шкалы могут устанавливаться и изменяться экспертно.

Определим параметрическую модель ACL-шкалы  $S_x$  в виде

$$\Psi = \{E, d, MF, nmin, nmax\},$$

где  $E$  – тип нечеткой шкалы (номинальная, порядковая или «квазиинтервальная» (равномерная/неравномерная));

$d$  – параметр, определяющий носитель нечеткого множества типа «Стабильность», то есть длину интервала на  $X$ , все значения  $x$  в котором могут рассматриваться с позиции данной шкалы как одинаковые, неразличимые;

$MF$  – тип функций принадлежности, моделирующих нечеткие оценки  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $i \in [1, m]$ , например, треугольного вида;

$$nmin = \inf(X), nmax = \sup(X).$$

Тогда количество нечетких градаций шкалы (мощность множества  $\tilde{X}$ ) вычисляется по формуле, с последующим округлением до ближайшего целого:

$$m = \frac{2(nmax - nmin)}{d} + 1. \quad (3.1)$$

Параметры ACL-шкалы определяют совокупность нечетких множеств  $\tilde{X}$ .

### 3.3.4. Системная модель ACL-шкалы

Введенные структурная, параметрическая и функциональная модели образуют параметрическую структурно-функциональную модель ACL-шкалы, которую представим в виде алгебраической системы:

$$C = \{H, \Omega, \Psi\},$$

где  $H = \{X, \tilde{X}, \tilde{V}, \tilde{A}\}$  – множество объектов;

$\Omega = \{F_T, F_C, F_P, F_{Er}\}$  – множество операций (функций и предикатов), определенных на множестве  $H$ ,  $F_T = \{Fuzzy, DeFuzzy,$

$deETend, TTend, RTend\}$ , операции-предикаты  $F\_P=\{P_p, P_n\}$  для анализа базовых типов НТ,  $F\_C = \{STend, GTend\}$ ,  $F\_Er=\{Er\_v, Er\_a, Er\_x, Er\_x\}$ ;

$\Psi =\{E, d, MF, nmin, nmax\}$  – множество параметров.

Использование единого базиса в виде ACL-шкалы для порождения абсолютных и соответствующих им сравнительных нечетких оценок позволит оперировать совместимыми значениями таких нечетких оценок объектов и проектировать нечеткие модели, обладающие дополнительными возможностями. К таким возможностям следует отнести контекстную адаптацию ACL-шкалы путем ее модификации (расширение, преобразование, сжатие), анализ как статических, так и динамических семантических свойств объектов различной природы и их последовательностей в рамках однородных знаковых структур, критериев и целей оценки. На рис. 3.4 с учетом вышеизложенного приведена системная модель ACL-шкалы, позволяющая выполнять нечеткое оценивание и генерировать абсолютные и сравнительные нечеткие оценки.

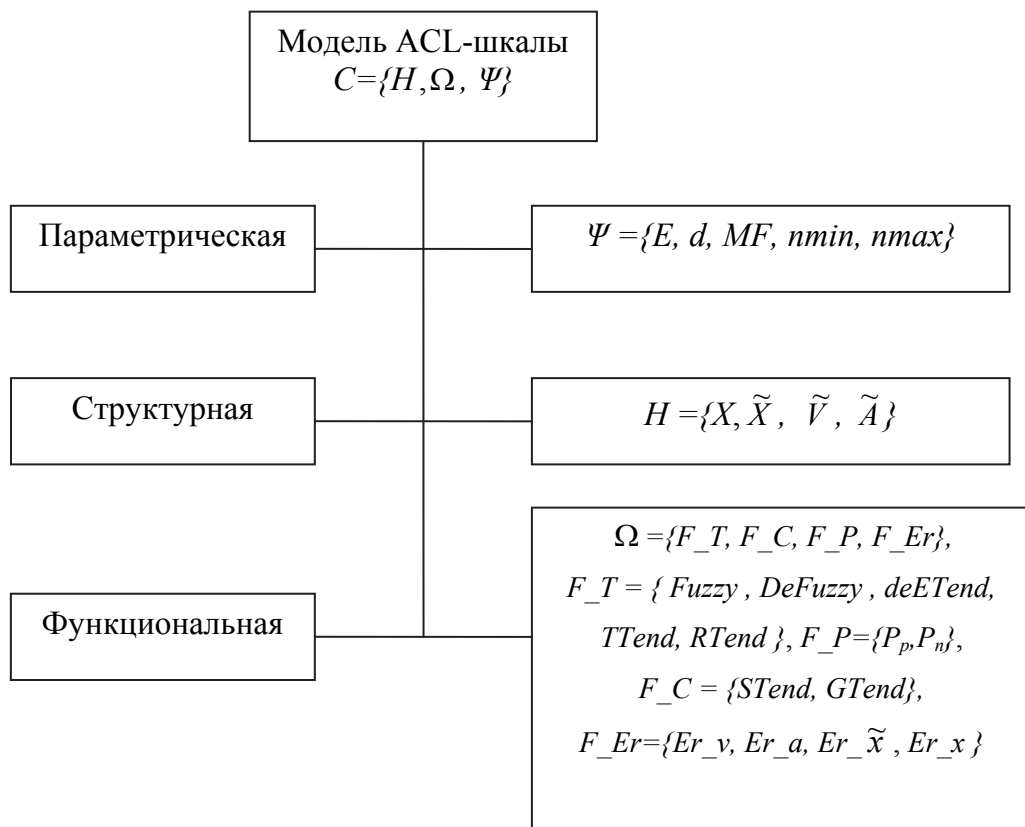


Рисунок 3.4. Системная модель ACL-шкалы для генерации нечетких оценок

Введенная ACL-шкала по своей природе является нечеткой, гибридной, многомерной и нелинейной. Нечеткий аспект шкалы связан с определением ее градаций и процедур оценивания в терминах нечетких множеств. Гибридный характер шкалы выражается в объединении нескольких видов традиционных шкал: так, по одному измерению она соответствует номинальной шкале (название нечеткого множества) с операциями сравнения на равенство, по второму измерению – интервальной шкале, задающей изменение базовых значений переменной (с числовыми операциями), по третьему измерению – интервальной шкале, задающей изменение функции принадлежности базового значения соответствующему нечеткому множеству (с операциями для нечетких множеств), по четвертому измерению – порядковой шкале, определяющей отношение порядка между элементами номинальной шкалы.

### 3.3.5. Виды ACL-шкал

Формальным аппаратом для идентификации НЭТ нечетких временных рядов, позволяющим представлять поведение ВР в терминах лингвистических оценок тенденций, являются ACL-шкала и ее функциональное наполнение.

Рассмотрим виды ACL-шкал и нечетких оценок изменений, получаемых на этих шкалах с целью формализации свойств нечеткой тенденции нечеткого временного ряда.

Так, в случае номинальной ACL-шкалы нечеткая тенденция задается бинарной оценкой  $E0 = (\langle \text{Есть изменения} \rangle, \langle \text{Нет изменений} \rangle)$ .

Для ранговой ACL-шкалы определены понятия «БОЛЬШЕ», «МЕНЬШЕ», «РАВНО», которые задают тип тенденции. Поэтому, если ACL-шкала ранговая, то тенденция может быть выражена в нечетких оценках, отражающих тип тенденции  $E1 = (\langle \text{Нет Изменений} \rangle, \langle \text{Есть}$

Изменения» (в сторону увеличения, в сторону уменьшения)) или  $E1=(\text{«Стабильность»}, \text{«Рост»}, \text{«Падение»})$ .

В том случае, если имеется возможность определить степень выраженности типа изменения, логика оценок уточняется за счет включения этого дополнительного параметра, для оценки которого должна быть определена своя шкала, например, балльная, ранговая или числовая. Тогда результат «измерения» на ACL-шкале изменений может быть представлен в виде  $E2=(\text{«Стабильность»}, \text{«Рост}(\tilde{A})\text{»}, \text{«Падение}(\tilde{A})\text{»})$ , где  $\tilde{A}$  – оценки для «измерения» степени интенсивности тенденции.

В более общем случае каждая оценка  $E2$  представима следующим образом:  $(v_k ( p_{ks}))$ , где  $v_k$  – тип изменения;  $k$  – количество типов изменения;  $p_{ks}$  – параметры типов изменения;  $s$  – количество параметров. Следует отметить, что при оценивании двух нечетких уровней нечеткого временного ряда каждая оценка  $E0, E1, E2$  наследует свойства нечеткости этих значений, вычисленную при фаззификации степень принадлежности.

Отметим особенности оценивания тенденций в базисе оценок  $E2$  для последовательности нечетких значений, представленных в виде нечеткого временного ряда.

Первая особенность заключается в том, что исходный НВР порождает временной ряд степеней принадлежности нечетких тенденций.

Рассмотрим вторую особенность. При использовании ACL-шкал для оценивания тенденций в последовательности нечетких значений НВР, результаты формируются в виде множеств, соответствующих типам  $v_k$  оценок  $E2$ . Каждое из этих множеств характеризуется функцией распределения выраженности  $\alpha_{vk}$  и мощностью, которая в простейшем случае сопоставима с длительностью  $k$ -го типа нечеткой тенденции  $\Delta t_{vk}$ . Указанные функции  $\alpha_{vk}, \Delta t_{vk}$  образуют параметры типов тенденций,

а последовательность типов тенденций определяет структуру тенденции НВР.

Следовательно, при определении тенденции НВР на основе оценок  $E0, E1, E2$  модель нечеткой тенденции  $\tau$  может быть представлена с разной степенью детализации:

$$\begin{aligned}\tau_k(\tilde{X}, E0) &= (v_k, \mu_k), \\ \tau_k(\tilde{X}, E1) &= (v_k, \mu_k), \\ \tau_k(\tilde{X}, E2) &= (v_k, \mu_k, \alpha_{vk}, \Delta t_{vk}),\end{aligned}$$

где  $\tau_k$  – наименование нечеткой тенденции.

В дальнейшем будем рассматривать ACL-шкалу класса  $E2$ , как наиболее мощную для оценивания компонент НЭТ.

### **3.3.6. Проблемно-ориентированная адаптация ACL-шкалы и оценка погрешности**

При построении ACL-шкалы важным с точки зрения «допустимого уровня погрешности» оценивания является определение количества ее градаций, выраженных в виде нечетких множеств и их носителей.

**Определение 3.15.** [Афанасьева и др., 2009а; Афанасьева, 2010] Мощностью ACL-шкалы будем называть количество нечетких множеств (функций принадлежности), задающих количество ее градации  $m$ .

Пусть известно универсальное множество  $X$ .

Сформулируем задачу автоматического определения такого количества одинаковых функций принадлежности (ФП), покрывающих множество  $X$ , при котором ошибка оценивания по ACL-шкале находится в допустимом интервале, длина которого не превышает определенного уровня  $\varepsilon$ . Фактически – это задача о минимальном разбиении универсума  $X$  на покрывающие диапазон эквидистантные интервалы, при котором

каждая абсолютная ошибка оценивания по АСЛ-шкале по модулю не превышает заданный уровень  $\varepsilon$ .

Обратим внимание на источники, генерирующие погрешность  $\varepsilon = |x - x'|$  при переходе от четкого значения  $x$  к нечеткому множеству  $A$  и обратно к четкому значению  $x'$ . Источником является усреднение множества четких значений, принадлежащих носителю нечеткого множества длины  $d$ , и замена их другим четким значением  $x'$ , как правило, определяемым через центр тяжести нечеткого множества  $A$ .

Следовательно, длина интервала  $d$ , на котором определен носитель нечеткого множества, может служить оценкой погрешности АСЛ-шкалы  $\varepsilon' \leq d$  для каждого значения носителя нечеткого множества  $A$ . При бесконечном уменьшении длины интервала  $d$  носителя НМ погрешность  $\varepsilon' \leq d$  будет стремиться к нулю. Отметим, что в таком представлении  $d$  является еще и показателем уровня размытости, нечеткости объекта, моделируемого нечетким множеством. Согласно формуле (3.1) оценка абсолютной погрешности АСЛ-шкалы может быть выражена через ее мощность  $m$ :  $\varepsilon' \leq 2 \cdot (x_{\max} - x_{\min}) / (m - 1)$ .

**Теорема 3.2.** [Афанасьева и др., 2009а] Теорема о мощности АСЛ-шкалы. Мощность АСЛ-шкалы  $m$ , построенной для оценивания числовых значений ВР  $X = x_t, t = 1, 2, \dots, n$ , зависит от средней относительной ошибки аппроксимации  $\delta$ :

$$m = \text{int} \left( \frac{2 \cdot (x_{\max} - x_{\min})}{n \cdot \delta} \cdot S \right) + 1 ;$$

$$\text{где } \delta = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{x_t - x'_t}{x_t} \right|, \quad S = \sum_{t=1}^n \frac{1}{x_t}.$$

**Доказательство.** Применительно к ВР будем считать, что количество  $m$  равномерно заданных ФП одинаковой формы АСЛ-шкалы определено по формуле (3.1):

$$m = \frac{2 \cdot (X_{\max} - X_{\min})}{d} + 1,$$

где  $d$  – длина интервала носителя нечеткого множества;

$X_{\max}, X_{\min}$  – задают минимальное и максимальное значение уровней ВР.

Значение  $m$  с последующим округлением до ближайшего целого и определяет количество равномерно заданных ФП одинаковой формы АСЛ-шкалы.

Значение погрешности  $\varepsilon$  может быть использовано для построения ФП и при кластерном разбиении диапазона АСЛ-шкалы. Это значение погрешности  $\varepsilon$  будет определять максимальное отклонение от центра кластера.

Рассмотрим вопрос оценивания погрешности аппроксимации ВР. При оценивании используются различные меры, используем меру, называемую средней абсолютной относительной ошибкой

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{x_t - x'_t}{x_t} \right|,$$

где  $n$  – количество членов временного ряда;

$(X_1, \dots, X_n)$  – ненулевые уровни ВР, полученные с помощью наблюдений;

$(X'_1, \dots, X'_n)$  – уровни ВР, полученные в результате применения операций Fuzzy/DeFuzzy АСЛ-шкалы.

Как видно, под знаком суммы числитель представляет собой абсолютную ошибку. Предполагая, что все они не превышают некоторой максимальной оценки  $\varepsilon$ , получим

$$\delta = \frac{\varepsilon}{n} \sum_{t=1}^n \frac{1}{x_t}.$$

Обозначим  $S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}$ , тогда  $\delta = S \cdot \frac{\varepsilon}{n}$ .

Для исходного ВР на этой основе можно определить оценку  $\varepsilon = \frac{n \cdot \delta}{S}$

и оценку длины интервала носителя каждого нечеткого множества.

Таким образом, по исходным значениям ВР  $(X_1, \dots, X_n)$  и задаваемой погрешности  $\delta$  можно определить длину носителя нечетких множеств

АСЛ-шкалы:  $d = \frac{n \cdot \delta}{S}$ .

Подставляя эти значения в формулу вычисления количества нечетких множеств АСЛ-шкалы

$$m = \frac{2 \cdot (X_{\max} - X_{\min})}{d} + 1,$$

определяющих ее мощность, получим:

$$m = \text{int} \left( \frac{2 \cdot (X_{\max} - X_{\min})}{n \cdot \delta} \cdot S \right) + 1,$$

где  $X_{\max} - X_{\min}$  – размах уровней ВР;

$(X_1, \dots, X_n)$  – ненулевые уровни ВР;

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i};$$

$\delta$  – задаваемый допустимый уровень погрешности оценивания по АСЛ-шкале.

Теорема доказана.

С увеличением мощности АСЛ-шкалы  $m$  средняя погрешность нечеткого оценивания значений ВР уменьшается – содержательная интерпретация полученных зависимостей, которая соответствует результатам вычислительного эксперимента (рис. 3.5.). Нетрудно показать, что  $\delta \rightarrow 0$  при  $m \rightarrow \infty$ .





Рисунок 3.5. Зависимость погрешности аппроксимации от мощности ACL-шкалы

Теоретическая оценка средней относительной ошибки оценивания значений ВР по ACL-шкале получена как следствие выше доказанной

теоремы:  $\delta \geq \left( \frac{2 \cdot (x_{\max} - x_{\min})}{n \cdot (m - 1)} \cdot S \right)$ .

**Утверждение 3.3.** Два НВР сравнимы тогда и только тогда, если для их генерации использованы эквивалентные ACL-шкалы.

**Утверждение 3.4.** Две ACL-шкалы с параметрами  $\Psi 1 = \{E1, d1, MF1, nmin1, nmax1\}$  и  $\Psi 2 = \{E2, d2, MF2, nmin2, nmax2\}$  соответственно эквивалентны тогда и только тогда, если  $E1 = E2, d1 = d2, MF1 = MF2, nmin1 = nmin2, nmax1 = nmax2$ .

Из эквивалентности ACL-шкал следует, что они имеют одинаковое число нечетких градаций  $m$  и одинаковую «размерность» нечетких градаций.

Заметим, что для одного и того же ВР при уменьшении погрешности  $\delta$  мощность ACL-шкалы должна возрастать, так как между ними зависимость обратно пропорциональная.

### 3.4. Алгоритмические основы оценивания нечетких значений по АСЛ-шкале

#### 3.4.1. Алгоритм построения модели АСЛ-шкалы

Сформулируем постановку задачи построения АСЛ-шкалы следующим образом. Пусть имеется универсальное множество  $X$ . Требуется построить нечеткую лингвистическую шкалу, содержащую в качестве градаций упорядоченные нечеткие метки качественных оценок  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $i \in [1, m]$ , такую, что каждому элементу  $x \in X$ , на шкале можно сопоставить одну или несколько нечетких меток с разной степенью соответствия.

**Предлагается следующий алгоритм построения АСЛ-шкалы.**

**Шаг 1.** Адаптация шкалы к специфике предметной области. Определение значений параметров  $\Psi = \{E, d, MF, X_{min}, X_{max}\}$ .

Пусть шкала относится к классу  $E = \text{«квазиинтервальная и равномерная»}$ . Тип функций принадлежности  $MF = \text{«треугольные»}$ .

1. Если предметно-ориентированные знания пользователя выражены в знании допустимого уровня погрешности  $d$ , то вычисляется мощность базовой шкалы (количество нечетких множеств  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $i \in [1, m]$ ) по

расчетной формуле  $m = \frac{2 \cdot (X_{max} - X_{min})}{d} + 1$  с последующим округлением до

ближайшего целого.

2. Если предметно-ориентированные знания пользователя выражены в знании мощности базовой шкалы  $m$ , то вычисляется параметр  $d$  по формуле  $d = (X_{max} - X_{min}) / m$ , где  $X_{max}$ ,  $X_{min}$  определяются по максимальному и минимальному значению исходного ВР. В дальнейшем значение  $d$  будет использовано в качестве носителя нечетких множеств базовой шкалы.

3. Если предметно-ориентированные знания пользователя выражены в требовании получения средней относительной погрешность аппроксимации  $\delta$ , то  $m = \text{int}\left(\frac{2 \cdot (X_{\max} - X_{\min}) \cdot S}{n \cdot \delta}\right) + 1$ ,  $S = \sum_{i=1}^k \frac{1}{X_i}$  и  $d = (X_{\max} - X_{\min}) / m$ .

**Шаг 2.** Определение функций принадлежности  $\tilde{x}_i = \{x, \mu_{\tilde{x}_i}(x)\}$ ,  $x \in X$ ,  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $i \in [1, m]$  класса *MF* на интервалах длины  $d$  универсального множества  $X$ . Например, треугольная функция принадлежности вычисляется согласно выражению:

$$\tilde{x}_1(x) = \begin{cases} 1 - \frac{(x - x_1)}{d}, & x \in [x_1, x_2], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

.....

$$\tilde{x}_k(x) = \begin{cases} \frac{(x - x_{k-1})}{d}, & x \in [x_{k-1}, x_k], \\ 1 - \frac{(x - x_k)}{d}, & x \in [x_k, x_{k+1}], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

.....

$$\tilde{x}_n(x) = \begin{cases} 1 - \frac{(x - x_{n-1})}{d}, & x \in [x_{n-1}, x_n], \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

где  $k = 2, \dots, m-1$ .

**Шаг 3.** Генерация отношений *TTend*, *RTend*, задающих изменения на множестве упорядоченных нечетких градаций  $\tilde{X}$ . Генерация отношений *TTend*, *RTend* сводится к построению квадратных матриц. Размерность матриц, задающих отношения *TTend*, *RTend*, одинакова и равна  $m$  – количеству нечетких оценок  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$ ,  $i \in [1, m]$ . Элементы матрицы для отношения *TTend* задаются из фиксированного множества {«Рост», «Падение», «Стабильность»}, а при задании лингвистических элементов

матрицы  $RTend$  имеет смысл использовать лингвистические термины эксперта или абстрактные лингвистические термины, выражающие «неметрическое расстояние» между двумя нечеткими метками. При числовом универсальном множестве значения элементов отношения  $RTend$  могут быть определены как центры тяжести нечетких множеств (нечетких кластеров)  $\tilde{x}_i$ .

В условиях выполнения предположения об упорядоченности нечетких меток построение таких матриц не представляется затруднительным.

**Шаг 4.** Построение соответствующих нечетких шкал на универсальном множестве  $X$  для оценивания типов нечетких элементарных тенденций  $S_v$  с множеством градаций  $\tilde{V}$  и интенсивностей нечетких элементарных тенденций  $S_a$  с множеством градаций  $\tilde{A}$ .

**Шаг 5.** Построение для этих шкал функций принадлежности.

**Пример 3.1.** Построение по временному ряду АСЛ-шкалы. Пусть дан короткий временной ряд. Количество значений  $n=5$  (рис. 3.6).

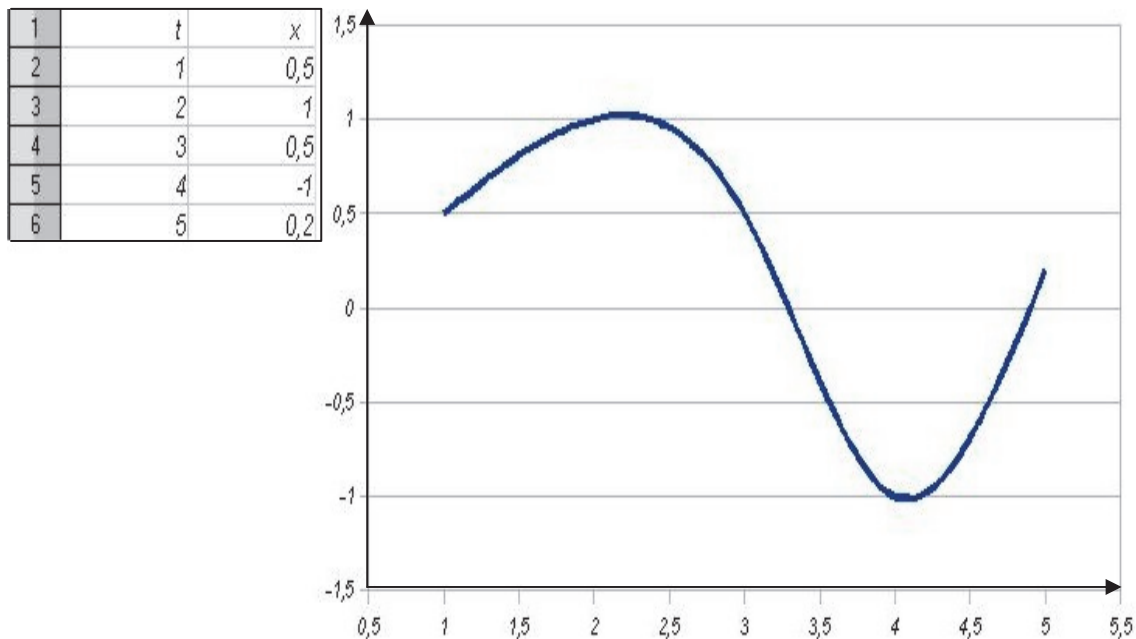
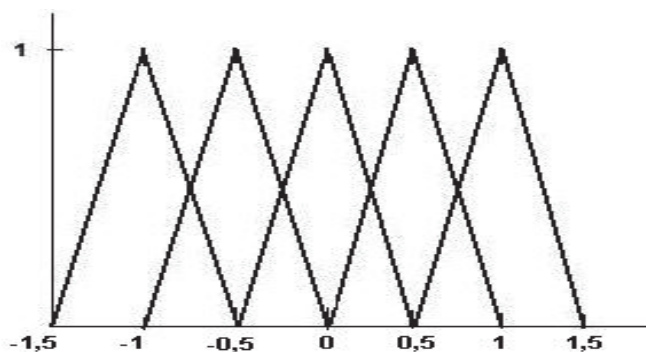


Рисунок 3.6. Значения и график исходного временного ряда

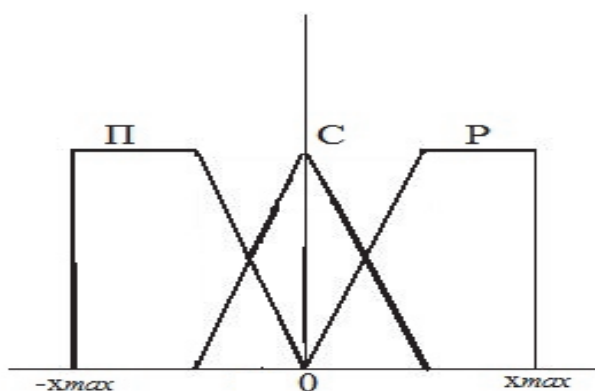
По наблюдаемым значениям временного ряда построим ACL-шкалу. Пусть известно, что значения временного ряда имеют максимальную допустимую погрешность  $\varepsilon = 0,5$ . Это составляет примерно 25% от размаха ВР. Вычислим количество и параметры нечетких градаций ACL-шкалы:

$$\Psi = \{E, d, MF, nmin, nmax\}.$$

Пусть тип шкалы  $E$  будет «квазиинтервальная и равномерная». Тип функций принадлежности  $MF$ , моделирующих градации шкалы – треугольными. Длина интервала-носителя функций принадлежности нечетких термов ACL-шкалы  $d=2*\varepsilon$ , то есть  $d=1$ ,  $Xmax=1$ ,  $Xmin=-1$ . Тогда количество градаций ACL-шкалы вычислим по формуле  $m = \frac{2 \cdot (nmax - nmin)}{d} + 1 = 5$ . На рис. 3.7 приведена ACL-шкала, построенная по исходному временному ряду.

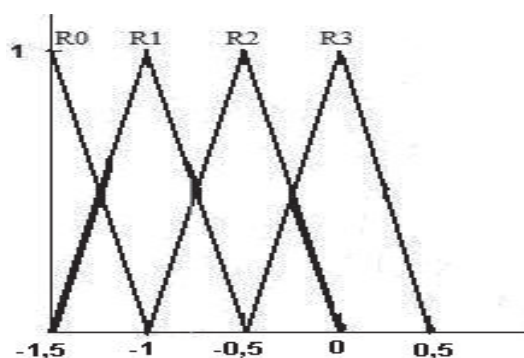


а) Базовые нечеткие термы  $\tilde{x}$



б) Нечеткие термы типов различий  $\tilde{v}$

Рисунок 3.7. Функции принадлежности нечетких термов ACL-шкалы (начало)



в) Нечеткие термы интенсивностей различий  $\tilde{a}$

Рисунок 3.7. Функции принадлежности нечетких термов ACL-шкалы (окончание)

В результате сформирована расширенная структурная модель ACL-шкалы со встроенным функциональным базисом, которую можно использовать для качественного оценивания и генерации нечетких значений и компонент нечетких элементарных тенденций.

### 3.4.2. Алгоритм генерации нечетких оценок на основе ACL-шкалы

Сформулируем постановку задачи генерации нечетких оценок на основе ACL-шкалы как задачу моделирования нечетких экспертных оценок.

Пусть имеется универсальное множество  $X$  и элемент  $x \in X$ .

Требуется решить следующие задачи:

A1) Вычисление абсолютной нечеткой оценки. Данная задача в экспертном варианте решения основывается на процедуре нечеткой классификации объекта  $x \in X$ . Постановку задачи нечеткой классификации сформулируем следующим образом. Для элемента  $x \in X$  определить соответствующую ему нечеткую метку  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$  и ее степень соответствия. Если таких меток будет несколько, определить ту, которая имеет максимальную степень соответствия.

A2) Вычисление сравнительных оценок. Задаче вычисления сравнительных оценок, выражающих различия двух нечетких объектов  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}, \tilde{x}_j \in \tilde{X}$ , естественно сопоставить также задачу нечеткой классификации. Сформулируем постановку задачи в следующем виде: для нечетких меток  $\tilde{x}_i, \tilde{x}_j \in \tilde{X}$  определить нечеткую метку типа  $\tilde{v}_{ij} \in \tilde{V}$  и нечеткую метку интенсивности  $\tilde{\alpha}_{ij} \in \tilde{A}$  изменений (различий). Если таких меток будет несколько, определить ту, которая имеет максимальную степень соответствия.

Обобщенный алгоритм решения задачи вычисления абсолютной нечеткой оценки, в основе которого лежит использование операции  $Fuzzy(x)$  ACL-шкалы, представлен ниже.

1. С помощью операции  $Fuzzy: X \rightarrow \tilde{X}$  определяем для оцениваемого объекта  $x \in X$  множество нечетких оценок  $\tilde{x}_i = Fuzzy(x)$ ,  $x \in X, \tilde{x}_i \in \tilde{X}, i = [1, k]$ .

2. Среди полученного множества нечетких оценок  $\tilde{x}_i$  определяем номер  $i$  оценки с максимальной степенью соответствия по значениям функций принадлежности:

$$i = \arg \max (\mu_{\tilde{x}_i}(x)), \text{ при изменении } i = [1, k].$$

Аналогично поступаем для вычисления любой другой нечеткой оценки  $\tilde{x}_j$ .

В результате определен алгоритмический базис параметрической структурно-функциональной модели ACL-шкалы, позволяющей формализовать для любых двух нечетких оценок, заданных на одном универсальном множестве, сравнительную оценку, характеризующую тип и интенсивность их различия (изменения). Такая сравнительная оценка и модель ACL-шкалы будут служить фундаментом для оценивания компонент нечеткой элементарной тенденции нечетких временных рядов.

## **Выводы**

В настоящем разделе впервые предложена классификация нечетких тенденций и выделен класс нечетких элементарных тенденций как минимальной единицы нечетких приращений на нечетком ВР.

Определены операции над нечеткими тенденциями, доказаны ряд теорем и утверждений. Сформулированы и определены расчетные формулы критериев различия и сходств нечетких тенденций.

Разработанные теоретические положения параметрической ACL-шкалы являются новым формальным средством, позволяющим с единых методологических позиций моделировать нечеткие оценки, учитывать погрешность в исходных данных и идентифицировать параметры нечетких элементарных тенденций. Достоинство ACL-шкалы заключается также в том, что при решении проблемы сравнительной эффективности моделей ВР она является необходимым инструментом, генерирующим нечеткие значения «одной размерности».

Полученные теоретические положения и модели составляют основу теории нечетких тенденций, необходимую и достаточную для разработки методов решения задач структурно-лингвистического подхода анализа временных рядов.



## ГЛАВА 4. АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЧЕТКИХ ТЕНДЕНЦИЙ

Рассматриваются методы, модели, критерии и алгоритмы структурно-лингвистического подхода для решения комплекса задач анализа ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, в терминах нечетких тенденций: сегментации, классификации, извлечения правил, прогнозирования и лингвистического резюмирования.

### 4.1. Сегментация временного ряда на нечеткие тенденции

Задача сегментации временного ряда рассматривается как задача идентификации его нечетких элементарных тенденций на основе ACL-шкалы.

**Утверждение 4.1.** Для каждого исходного временного ряда  $Y = \{t_i, x_i\}$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) можно построить множество нечетких временных рядов  $\{\tilde{Y}_k\}$ , в зависимости от выбора параметров ACL-шкалы, алгоритмов реализации ее операций и способов построения.

**Утверждение 4.2.** Для фиксированных параметров, способов построения и реализации операций ACL-шкалы по исходному ВР  $Y = \{t_i, x_i\}$  можно построить единственный нечеткий временной ряд  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i\}$ .

**Утверждение 4.3.** Для нечеткого временного ряда  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i\}$ , построенного с помощью ACL-шкалы на исходном временном ряду  $Y = \{t_i, x_i\}$ , существует множество четких временных рядов  $\{Y_s\}$ , полученных путем применения различных способов реализации операции  $DeFuzzy(\tilde{Y})$  ACL-шкалы, являющихся результатом нечеткого

приближения. Качество нечеткого приближения исходного временного ряда определяется на основе операции  $Er_x$  ACL-шкалы.

**Утверждение 4.4.** Построение нечеткого временного ряда  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  по исходному временному ряду  $Y = \{t_i, x_i\}$  с помощью ACL-шкалы, позволяющей генерировать оценки изменения (нечеткого приращения) между любыми нечеткими метками  $\tilde{x}_i$ , обеспечивает необходимый формальный аппарат для оценки поведения НВР в терминах нечетких тенденций.

В дальнейшем для однозначности будем позиционировать оценку тенденции с концом временного интервала, на котором она определена. Это позволит декомпозировать НВР на несколько ВР, соответствующих компонентам модели нечеткой тенденции. Так, для структурно-лингвистической модели элементарной тенденции в результате декомпозиции НВР получим временной ряд типов элементарных тенденций  $X_v = \{t_i, v_i\}$ , временной ряд степени принадлежности элементарных тенденций  $X_\mu = \{t_i, \mu_i\}$  и для каждого типа элементарной тенденции  $v_k$  временные ряды интенсивностей  $X_a = \{t_i, a_i\}$  и временные ряды длительностей  $X_{\Delta t} = \{t_i, \Delta t_i\}$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ),  $n$  – количество членов НВР.

#### 4.1.1. Структурно-лингвистическая модель временного ряда

Традиционно для хранения временных рядов используются хранилища и базы данных, в основе которых лежит реляционная модель информационных объектов. В соответствии с этим рассмотрим представления временного ряда и его нечетких объектов на основе реляционной модели информационного объекта баз данных. Такое представление ВР позволит определить инфологическую модель хранения

НВР и применить аппарат реляционной алгебры для извлечения объектов анализа НВР, необходимых при решении задач прогнозирования НТ.

Для этих целей введем в рассмотрение структурно-лингвистическую модель ВР, являющегося информационным носителем НВР [Афанасьева, 2008].

**Определение 4.1.** Структурную модель носителя нечеткого временного ряда определим как реляционную модель в виде отношения

$$Y = \langle T, X \rangle,$$

где  $T$  – домен времени, задаваемый упорядоченными по возрастанию моментами времени;

$X$  – домен значений ВР.

Нечеткой метке  $\tilde{x}_i$  сопоставим абсолютную лингвистическую оценку, полученную по лингвистической *ACL-шкале*  $S_x$ , построенной на универсальном множестве  $X$ .

**Определение 4.2.** Нечеткий временной ряд  $\tilde{Y}_x$  по атрибуту  $X$  есть результат лингвистического оценивания по *ACL-шкале* значений  $X$  временного ряда  $Y$ . Структурно-лингвистическая модель уровней нечеткого временного ряда  $\tilde{Y}_x$  есть расширение отношения  $Y$  следующего вида:

$$Y_x = \langle X, \tilde{X}, \mu_{\tilde{x}}(X) \rangle,$$

где  $\tilde{X}$  – задает абсолютную лингвистическую оценку по *ACL-шкале* уровней;

$\mu_{\tilde{x}}(X)$  – степень принадлежности  $X$  лингвистической метке  $\tilde{X}$ .

**Определение 4.3.** Нечеткий временной ряд  $\tilde{Y}_t$  по атрибуту  $T$  есть результат лингвистического оценивания по *ACL-шкале* моментов времени  $T$  временного ряда  $Y$ . Структурно-лингвистическая модель моментов

времени нечеткого временного ряда  $\tilde{Y}_T$  есть расширение отношения  $Y$  следующего вида:

$$Y_T = \langle T, \tilde{T}, \mu_{\tilde{T}}(T) \rangle,$$

где  $\tilde{T}$  – задает абсолютную лингвистическую оценку по ACL-шкале моментов времени;

$\mu_{\tilde{T}}(T)$  – степень принадлежности  $T$  лингвистической метке  $\tilde{T}$ .

**Определение 4.4.** *Нечеткий временной ряд  $\tilde{Y}$  есть результат реляционной операции соединения*

$$\tilde{Y} = Join(Y, \tilde{Y}_x, \tilde{Y}_T)$$

определенных выше отношений  $Y$ ,  $\tilde{Y}_x$  и  $\tilde{Y}_T$ , порождающий *структурно-лингвистическую модель НВР*

$$\tilde{Y} = \langle T, X, \tilde{T}, \mu_{\tilde{T}}(T), \tilde{X}, \mu_{\tilde{X}}(X) \rangle.$$

Отметим, что в этом отношении домен моментов времени  $T$  является ключевым.

Каждому моменту времени в структурно-лингвистической модели НВР можно сопоставить нечеткую тенденцию  $\tau$ .

**Определение 4.5.** *Временной ряд нечетких тенденций, построенный на нечетком временном ряду  $\tilde{Y}$ , есть отношение*

$$\tilde{Y}_\tau = \langle T, \tau \rangle,$$

где  $\tau = \langle \tilde{v}, \tilde{\alpha}, \Delta \tilde{t}, \mu \rangle$ .

**Определение 4.6.** *FT-расширение структурно-лингвистической модели ВР в базисе нечетких тенденций есть расширенная структурно-лингвистическая модель ВР, полученная на основе операции соединения*

$$\tilde{Y}' = Join(\tilde{Y}, \tilde{Y}_\tau).$$

Расширенная структурно-лингвистическая модель НВР относится к классу реляционных моделей представления данных, для которого применимы операции реляционной алгебры: объединение, пересечение, выборка, проекция, соединение, вычитание, декартово произведение.

Рассмотрим проекции расширенной структурно-лингвистической модели ВР и соответствующие им проекционные модели.

1. Проекция модели  $\tilde{Y}'$  по моментам времени и типам НТ есть отношение

$$Pr1 = Proj_{T,v}(\tilde{Y}'),$$

представляющее временной ряд типов нечетких тенденций. Этот ВР назовем *структурной моделью нечеткой тенденции ВР*, а процедуру получения структурной модели – *структурной идентификацией модели нечеткой тенденции ВР*. Эта структурная модель может быть описана на основе формальных методов как последовательность слов некоторого языка тенденций, используемых при решении задач анализа и резюмирования ВР, для оценки прогноза в терминах типов нечетких тенденций, для определения подобных, различных и эквивалентных НВР.

2. Проекция модели  $\tilde{Y}'$  по моментам времени и степени нечеткости НТ есть отношение

$$Pr2 = Proj_{T,\mu}(\tilde{Y}'),$$

моделирующее в виде временного ряда функцию принадлежности нечеткой тенденций ВР. Эта функция, являясь *параметром структурной модели нечеткой тенденции ВР*, в дальнейшем может использоваться как нечеткая мера тенденции НВР.

3. Проекция модели  $\tilde{Y}'$  по моментам времени и степени интенсивности НТ при фиксированном типе нечеткой тенденции  $v$  (*v-фильтр*) есть отношение

$$Pr3 = Proj_{T,\alpha,v}(\tilde{Y}'),$$

моделирующее в виде временного ряда функцию выраженности соответствующего типа тенденции  $v$ . Эта функция, являясь *параметром структурной модели нечеткой тенденции ВР*, в дальнейшем может использоваться для определения интегральной характеристики соответствующего типа тенденции.

4. Проекция расширенной модели  $\tilde{Y}'$  по нечетким меткам моментов времени и нечетким меткам НВР есть отношение

$$Pr4 = Proj_{\tilde{T},\tilde{X}}(\tilde{Y}'),$$

моделирующее НВР в гранулярном представлении лингвистических меток НВР.

5. Проекция расширенной модели  $\tilde{Y}'$  по нечетким меткам моментов времени и нечетким тенденциям НВР есть отношение

$$Pr5 = Proj_{T,v,\mu,\alpha,\Delta t}(\tilde{Y}'),$$

представляющее *структурно-параметрическую модель нечеткой тенденции* нечеткого временного ряда по моментам времени  $\tilde{T}$ . *Структурно-параметрической идентификацией модели нечеткой тенденции НВР* назовем процедуру получения проекции  $Pr5$ . Структурно-параметрическая модель нечеткой тенденции по моментам времени  $\tilde{T}$  образует гранулярное представление временного ряда в лингвистических терминах нечетких тенденций.

Все проекционные модели  $Pr1, Pr2, Pr3, Pr4, Pr5$ , образующие новые временные ряды, могут быть использованы для решения задач анализа нечетких тенденций и задач Time Series Data Mining, таких как сегментация ВР, прогнозирование ВР по отдельным компонентам модели тенденций и в целом, для лингвистического резюмирования ВР, для

определения сходства и различий между несколькими НВР в задачах контроля и диагностики.

В табл. 4.1 приведены варианты применения обозначенных проекционных моделей, полученных на основе структурно-лингвистической модели ВР, для решения задач структурно-лингвистического подхода и направления Time Series Data Mining.

Таблица 4. 1. Связь проекционных моделей ВР и задач структурно-лингвистического подхода

Задачи	<i>Pr1</i>	<i>Pr2</i>	<i>Pr3</i>	<i>Pr4</i>	<i>Pr5</i>
Сегментация ВР	+	+		+	
Резюмирование		+			+
Моделирование	+	+	+	+	+
Прогнозирование	+	+	+		
Кластеризация		+		+	
Классификация	+			+	
Частотный анализ	+		+	+	
Обнаружение аномалий	+	+	+	+	
Извлечение ассоциативных правил	+	+	+	+	

Результаты решения указанных задач на основе проекционных моделей, выраженные в терминах нечетких тенденций, могут быть преобразованы в лингвистические метки НВР и числовые значения ВР согласно гранулярным преобразованиям и операциям ACL-шкалы.

#### 4.1.2. Метод FT-преобразования для идентификации нечеткой элементарной тенденции и сегментации ВР

Назовем сегментацию исходного ВР на совокупность временных рядов компонент элементарной тенденции *FuzzyTend-преобразованием* или *FT-преобразованием* [Афанасьева, 2008б; Афанасьева и др., 2009а].

*Задача сегментации* исходного ВР в структурно-лингвистическом подходе решается как задача его гранулирования на основе идентификации нечетких элементарных и нечетких локальных тенденций ВР. Предлагается метод **FT-преобразования** (*FuzzyTend-преобразования*) для гранулирования (уровень  $r=2$ ) исходного ВР  $Y = \{t_i, x_i\}$   $\forall x_i \in R^1, t_i \in N, i = 1, 2, \dots, n$  во временной ряд нечеткой элементарной тенденции  $\tau = \{t_i, \tau_i\}, i = 2, 3, \dots, n$  с помощью операций ACL-шкалы. Обратным FT-преобразованием назовем метод преобразования временного ряда нечеткой элементарной тенденции с помощью операций ACL-шкалы в числовой временной ряд  $Y = \{t_i, x_i\}$ .

Итерационный метод FT-преобразования ВР включает следующие шаги.

1. Построение параметрической структурно-функциональной модели ACL-шкалы  $C = \{H, \Omega, \Psi\}$  по исходному ВР и задаваемому пользователем допустимому уровню погрешности  $d$ .
2. Построение нечеткого ВР по атрибуту  $X$  с помощью операции ACL-шкалы *Fuzzy*:  $\tilde{Y} = \{t_i, \tilde{x}_i, \mu_{x_i}(x_i)\}$ .
3. Реализация функционала *ETend*:  $\tilde{X} \times \tilde{X} \rightarrow \tilde{\mathfrak{S}}$ . Для каждой нечеткой метки нечеткого ВР  $\tilde{x}_i \in \tilde{X}$  определить нечеткую метку типа НЭТ  $\tilde{v}_{ij} \in \tilde{V}$  и нечеткую метку интенсивности  $\tilde{\alpha}_{ij} \in \tilde{A}$  с помощью операций ACL-шкалы *TTend*, *RTend* соответственно. В результате получим временной ряд



нечетких элементарных тенденций  $\tau = \{t_i, \tau_i\}, i = 2, 3, \dots, n$ ,  
 где  $\tau_i = \langle \tilde{v}_i, \tilde{a}_i, \mu_i \rangle$ .

4. При необходимости получения показателей погрешности оценивания по шкале выполним обратное FT-преобразование с помощью функционалов  $deETend: \tilde{X} \times \tilde{Z} \rightarrow \tilde{X}$  и  $DeFuzzy: \tilde{X} \rightarrow X$ .

5. Вычисление погрешности нечеткого оценивания нечетких объектов ВР с помощью операции АСЛ-шкалы  $Er_x$ , например, используем показатель  $MAPE$ :

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \cdot 100\%.$$

5. Если полученная погрешность неприемлемая, например, превышает 10%, то перейти к пункту 1, предварительно изменив параметры шкалы в сторону уменьшения погрешности  $d$  и увеличения градаций шкалы  $m$ .

Пример фрагмента структурной модели сегментированного ВР в терминах нечетких элементарных тенденций, полученная с помощью метода FT-преобразования, приведен в табл. 4.2 и иллюстрирован на рис. 4.1.

Таблица 4.2 .Нечеткие характеристики ряда

Время $t_i$	Ряд $x_i$	ФП $\mu_i$	НМ $\tilde{x}_i$	ТТend $\tilde{v}_i$	RTend $\tilde{a}_i$
1971	13055	1,00	A0	Рост	Небольшой
1972	13563	0,76	A1	Стабильность	Отсутствует
1973	13847	0,88	A1	Рост	Небольшой
1974	14696	0,68	A2	Рост	Небольшой

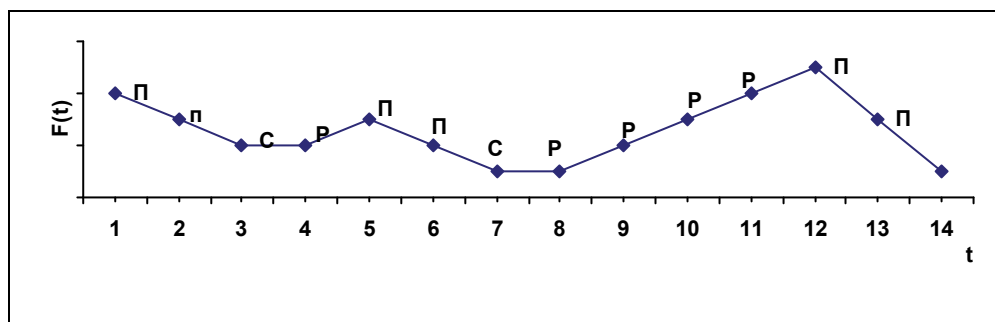


Рисунок 4.1. Результат сегментирования НВР в терминах типов НЭТ

Результат сегментации ВР представляет собой нечеткие временные ряды компонент нечетких тенденций, на основе которых решаются задачи анализа ВР: классификации, извлечении нечетких правил (построение модели ВР), прогнозирования и лингвистического резюмирования.

Обобщенный алгоритм метода FT-преобразования ВР представлен на рис. 4.2.

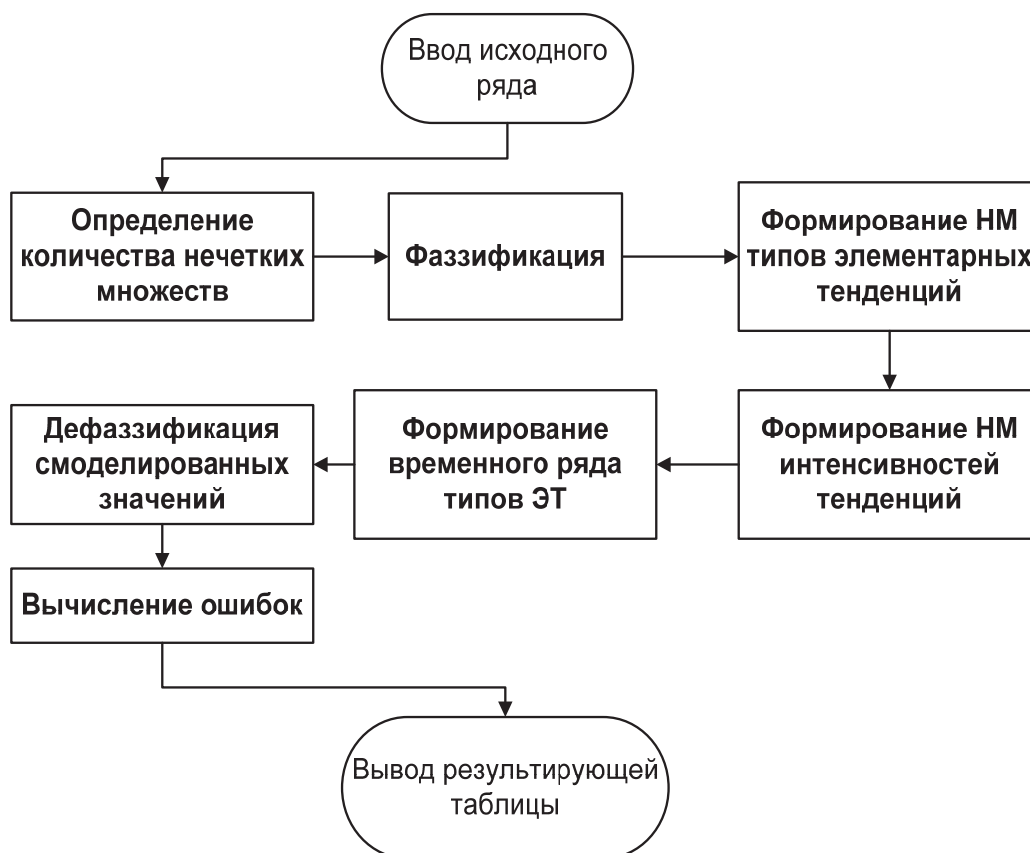


Рисунок 4.2. Обобщенный алгоритм FT-преобразования ВР

**Пример 4.1.** Пусть дан короткий нестационарный временной ряд. Количество значений  $n=6$  (рис. 4.3). Требуется построить *FT-декомпозицию* этого временного ряда

1	$t$	$x$
2	1	0,9
3	2	3,1
4	3	2,9
5	4	4,2
6	5	3,5
7	6	5,4

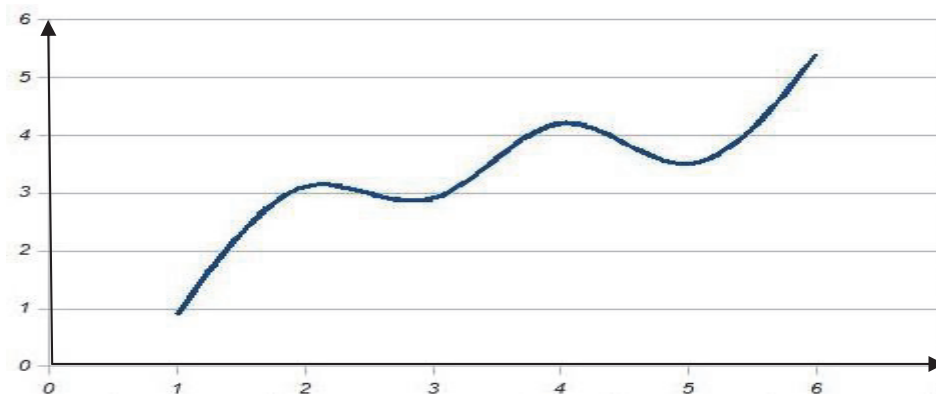


Рисунок 4.3. Значения и график исходного временного ряда

Рассмотрим поэтапный алгоритм метода FT-преобразования исходного ВР.

**1. Построение ACL-шкалы.** По наблюдаемым значениям временного ряда построим ACL-шкалу. Пусть известно, что значения временного ряда имеют максимальную допустимую погрешность  $\varepsilon = 1$ . Это составляет примерно 20% от размаха ВР. Вычислим количество и параметры нечетких градаций ACL-шкалы:  $\Psi = \{E, d, MF, nmin, nmax\}$ . Пусть тип шкалы  $E$  будет «квазиинтервальная и равномерная». Тип функций принадлежности  $MF$ , моделирующих градации шкалы – треугольными. Выберем длину интервала носителей функций принадлежности нечетких термов ACL-шкалы  $d=2*\varepsilon$ , то есть  $d=2$ ,  $nmax=5,4$ ,  $nmin=0,9$ . Тогда количество градаций ACL-шкалы вычислим по

формуле  $m = \frac{2 \cdot (n_{\max} - n_{\min})}{d} + 1$ ,  $m=5$ . Построение ACL-шкалы приведено в параграфе 3.5 главы 3 (пример 3.1).

**2. FT-преобразование ВР.** Преобразование исходного ВР в НВР  $\tilde{x}_t$  и ВР НЭТ. Построение расширенной структурно-лингвистической модели ВР  $\tilde{Y} = \langle t, x_t, \tilde{x}_t, \mu_{\tilde{x}}(x_t), \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_{v_t} \rangle$ . Использование встроенных операций ACL-шкалы для оценивания нечетких значений и нечетких элементарных тенденций (рис. 4.4, 4.5):

$$\tilde{x}_i = Fuzzy(x_i), \quad \tilde{v}_i = TTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i+1}), \quad \tilde{a}_i = RTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i+1}),$$

$$\mu_t(v_t) = \min(\mu_{t-1}(x_{t-1}), \mu_t(x_t)).$$

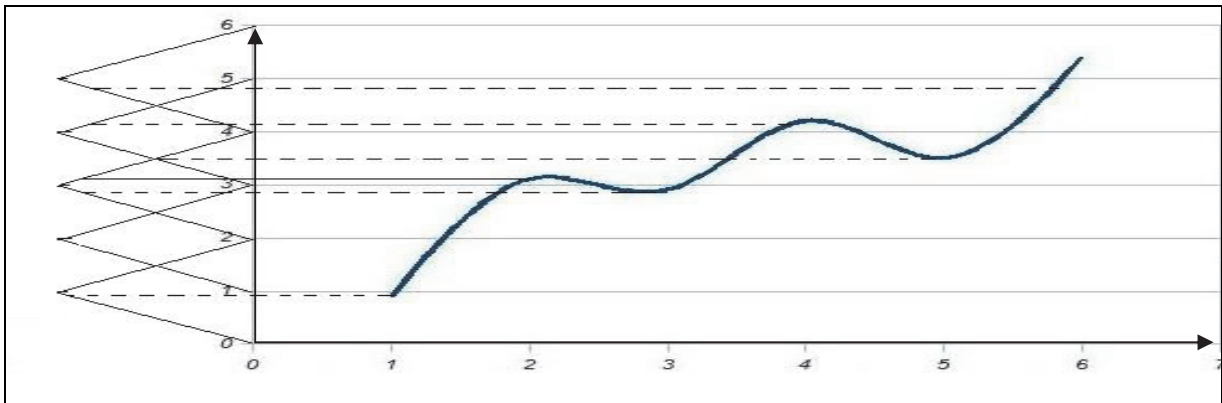


Рисунок 4.4. Процесс оценивания нечетких значений ВР по ACL-шкале

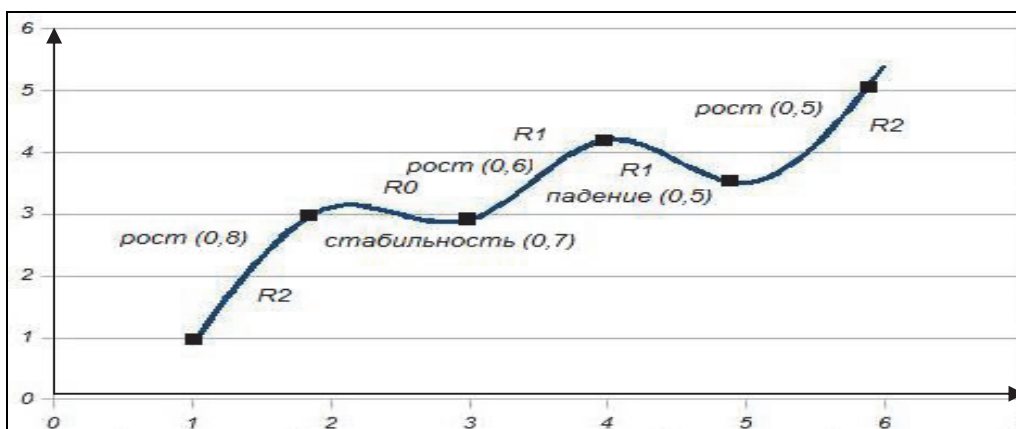


Рисунок 4.5. Результат оценивания нечетких элементарных тенденций ВР по ACL-шкале

Результат FT-преобразования исходного временного ряда удобно представлять в таблице (табл. 4.3).

Таблица 4.3. Результат FT-преобразования ВР. Здесь  $\tilde{v}_t$  – тип,  $\tilde{a}_t$  – интенсивность,  $R_0, R_1, R_2$  – значения интенсивности,  $\mu_t(v_t) = \min(\mu_{t-1}(x_{t-1}), \mu_t(x_t))$  – степень принадлежности нечеткой тенденции

t	$x_t$	$\mu_t(x_t)$	$\tilde{x}_t$	$\tilde{v}_t$	$\tilde{a}_t$	$\mu_t(v_t)$
1	0,9	0,9	$\tilde{x}_1$	-	-	-
2	3,1	0,8	$\tilde{x}_3$	Рост (Р)	$R_2$	0,8
3	2,9	0,7	$\tilde{x}_3$	Стабильность (С)	$R_0$	0,7
4	4,2	0,6	$\tilde{x}_4$	Рост (Р)	$R_1$	0,6
5	3,5	0,5	$\tilde{x}_3$	Падение (П)	$R_1$	0,5
6	5,4	0,6	$\tilde{x}_5$	Рост (Р)	$R_2$	0,5

В результате применения метода FT-преобразования для сегментации 22-х реальных временных рядов было установлено, что данный метод позволяет получить приемлемую погрешность приближения значений ВР по показателю  $MAPE_{cp}=4,45\%$  (стандартное отклонение =  $5,35\%$ ) и, что метод FT-преобразования является продуктивным методом гранулирования ВР уровня  $r=2$ .

#### 4.1.3. Идентификация нечетких локальных тенденций

Задача идентификации нечетких локальных тенденций рассматривается как задача сегментации нечеткого временного ряда в терминах локальных нечетких тенденций и зависит от типа локальных тенденций. В ситуации, если тип локальной тенденции относится к базовым, то есть кодируется нечеткими метками «Рост», «Падение»,

«Стабильность», то сегментация в терминах локальных однородных тенденций основывается на результатах сегментации НВР в терминах элементарных НТ, представленных в предыдущем разделе. Другая ситуация связана с сегментацией НВР в терминах локальных НТ, тип которых относится к классу производных НТ. Решение задачи сегментации ВР в терминах производных нечетких тенденций как задачи распознавания типов производных локальных тенденций, задаваемых экспертно, на основе нечетких НС рассмотрена в работе [Ярушкина, 2004].

Отметим, что на основе утверждения о представимости временного ряда в виде временного ряда элементарных тенденций существует объективная возможность представления временного ряда в виде временного ряда локальных НТ с базовыми типами «Рост», «Падение», «Стабильность». В монографии предлагается два способа решения задачи сегментации в терминах локальных однородных тенденций: первый – на основе предварительного F-преобразования [Перфильева, 2003] ВР на кусочно-линейный тренд, второй – на основе объединения однородных НЭТ и применения операции ACL-шкалы *STend*.

### **Сегментация ВР на нечеткие локальные тенденции с помощью F-преобразования**

Для сегментации на нечеткие локальные тенденции и преобразования ВР в гранулы уровня  $r=3$  предлагается модифицированный метод FT-преобразования на основе предварительной декомпозиции ВР  $Y = x_t, t = 1, 2, \dots, n$  на компоненты  $F_l[Y] = [F_1, \dots, F_l], l < n$  с помощью F-преобразования ВР [Перфильева, 2003], рассмотренного в пункте 1.2.3 главы 1. В основе F-преобразования лежит сглаживание и сжатие ВР для выделения кусочно-линейного тренда, значения которого вычисляются по формуле

$$F_k = \frac{\sum_{j=1}^n x_{t_j} \cdot A_k(t_j)}{\sum_{j=1}^n A_k(t_j)}, \quad (4.1)$$

где  $k=1,2,\dots,l$ ;  $A_1,\dots,A_l$  – базисные функции, заданные на интервале  $[t_1, t_n]$ . Компоненты  $F_l[Y] = [F_1, \dots, F_l]$  представляют кусочно-линейный тренд ВР  $Y$ , нечеткие элементарные тенденции которого определяют нечеткие локальные тенденции исходного ВР с базовыми типами «Рост», «Падение», «Стабильность». Поэтому, применяя предложенный в предыдущем разделе метод FT-преобразования для кусочно-линейного тренда, получим решение задачи сегментации ВР на однородные нечеткие локальные тенденции [Афанасьева и др., 2009г].

### **Сегментация ВР в терминах локальных НТ с помощью ACL-шкалы**

Поскольку понятию локальной однородной НТ соответствует последовательность элементарных однородных тенденций  $N\tau = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m\}$ , выполним сегментацию НВР в терминах локальных однородных НТ с базовым типом на основе операции конкатенации соседних однородных элементарных тенденции. Введем функционал  $STend: \mathfrak{T} \times \mathfrak{T} \rightarrow N\mathfrak{T}$ , вычисляющий результат объединения однородных элементарных тенденций, такой что  $N\tau_j = STend(\tau_i, \tau_{i+1})$ .

Введенный функционал  $STend$  определяет семантику результата объединения однотипных элементарных тенденций на основе «вычислительной» операции ACL-шкалы и свертки последовательности элементарных тенденций в структурную модель нечеткой тенденции  $\tau = \langle \tilde{v}, \tilde{a}, \Delta \tilde{t}, \mu \rangle$ . При этом объединяются только нечеткие тенденции с одинаковыми типами.

Обобщенная структура системы правил вычисления интенсивностей  $\tilde{a}$  объединенной локальной тенденции имеет вид (Inc-«Рост», Dec-«Падение»):

$R_{11} : IF \ v_t \text{ is } Inc \ THEN$   
 $IF \ a_t \text{ is } A_{11} \ AND \ a_{t+1} \text{ is } A_{12} \ THEN \ TInc \text{ is } B_1$   
 .....  
 $R_{m_1} : IF \ v_t \text{ is } Inc \ THEN$   
 $IF \ a_t \text{ is } A_{m_1} \ AND \ a_{t+1} \text{ is } A_{m_2} \ THEN \ TInc \text{ is } B_m$  ,  
 $R_{12} : IF \ v_t \text{ is } Dec \ THEN$   
 $IF \ a_t \text{ is } A_{11} \ AND \ a_{t+1} \text{ is } A_{12} \ THEN \ TDec \text{ is } B_1$   
 .....  
 $R_{m_2} : IF \ v_t \text{ is } Dec \ THEN$   
 $IF \ a_t \text{ is } A_{m_1} \ AND \ a_{t+1} \text{ is } A_{m_2} \ THEN \ TDec \text{ is } B_m$

Семантика системы правил функционала  $STend$  приведена в таблице 4.4.

Таблица 4.4. Правила вычисления функционала  $STend$

	$\tilde{a}_t$	$\tilde{a}_{t+1}$	$TInc (TDec)$
1	Высокий	Высокий	Самый высокий
2	Очень малый	Очень малый	Малый
3	Средний	Средний	Небольшой
4	Средний	Высокий	Очень высокий
5	Высокий	Малый	Более чем высокий
6	Средний	Малый	Выше среднего
7	Малый	Малый	Средний
	...	...	...

## 4.2. Классификация временных рядов и идентификации основной нечеткой тенденции

Задача классификации ВР в структурно-лингвистическом подходе рассматривается как задача идентификации класса, порождающего ВР нечеткого динамического процесса с нечеткими приращениями, и сводится



к определению типа основной (общей) нечеткой тенденции  $G\tau \in G\mathcal{T}$ . Эта задача соответствует идентификации гранул уровня  $r=4$ .

На основе разработанных модели ACL-шкалы и метода FT-преобразования предложен следующий эвристический алгоритм классификации числовых ВР  $Y = x_t, t = 1, 2, \dots, n$  по типам основной НТ.

**Шаг 1.** Если количество наблюдений ВР больше 40, провести его нечеткое сглаживание методом F-преобразования (по формуле 4.1).

**Шаг 2.** Применение метода FT-преобразования ВР: построение ACL-шкалы и получение ВР НЭТ  $\tau_t = \langle \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_t \rangle, t = 2, 3, \dots, n$ . Дефаззификация интенсивностей НЭТ  $a_t = deFuzzy(\tilde{a}_t)$ .

**Шаг 3.** Для целей классификации используем предикаты ACL-шкалы с целью вычисления суммарных интенсивностей однотипных НЭТ:

$$\begin{aligned} \text{если } P_p(\tau_t) = \text{true, то } ST_{\text{рост}} &= ST_{\text{рост}} + \alpha_t, \\ \text{если } P_n(\tau_t) = \text{true, то } ST_{\text{падение}} &= ST_{\text{падение}} + \alpha_t. \end{aligned}$$

**Шаг 4.** Если  $ST_{\text{рост}} = 0$  и  $ST_{\text{падение}} = 0$ , то  $G\tau = \langle \text{«Стабильность»} \rangle$ , следовательно, ВР порожден нечетким *S-процессом*, динамика стационарна, изменения во временном ряду незначимы.

**Шаг 5.** На основе сравнительного анализа значений  $ST_{\text{рост}}$  и  $ST_{\text{падение}}$  определить тип общей тенденции НВР как представителя базового типа «Рост» или «Падение», если  $ST_{\text{рост}} \geq 2 \cdot ST_{\text{падение}}$  или  $ST_{\text{падение}} \geq 2 \cdot ST_{\text{рост}}$ . Считать в этом случае, что ВР порожден нечетким *T-процессом*, динамика нестационарна.

**Шаг 6.** Если значения  $ST_{\text{рост}}$  и  $ST_{\text{падение}}$  примерно одинаковы  $0,85 \cdot ST_{\text{падение}} \leq ST_{\text{рост}} \leq 1,15 \cdot ST_{\text{падение}}$  или  $0,85 \cdot ST_{\text{рост}} \leq ST_{\text{падение}} \leq 1,15 \cdot ST_{\text{рост}}$ , то

определить  $Gt = \text{«Колебание»}$ . Класс порождающего ВР процесса – нечеткий  $K$ -процесс, динамика стационарна.

**Шаг 7.** Иначе тип основной тенденции «Хаос», и ВР порожден нечетким  $D$ -процессом, динамика нестационарна.

Предложенный алгоритм классификации ВР позволяет оценивать поведение процесса в лингвистической форме (рис. 4.6), удобной для эксперта-пользователя и экспертных систем.

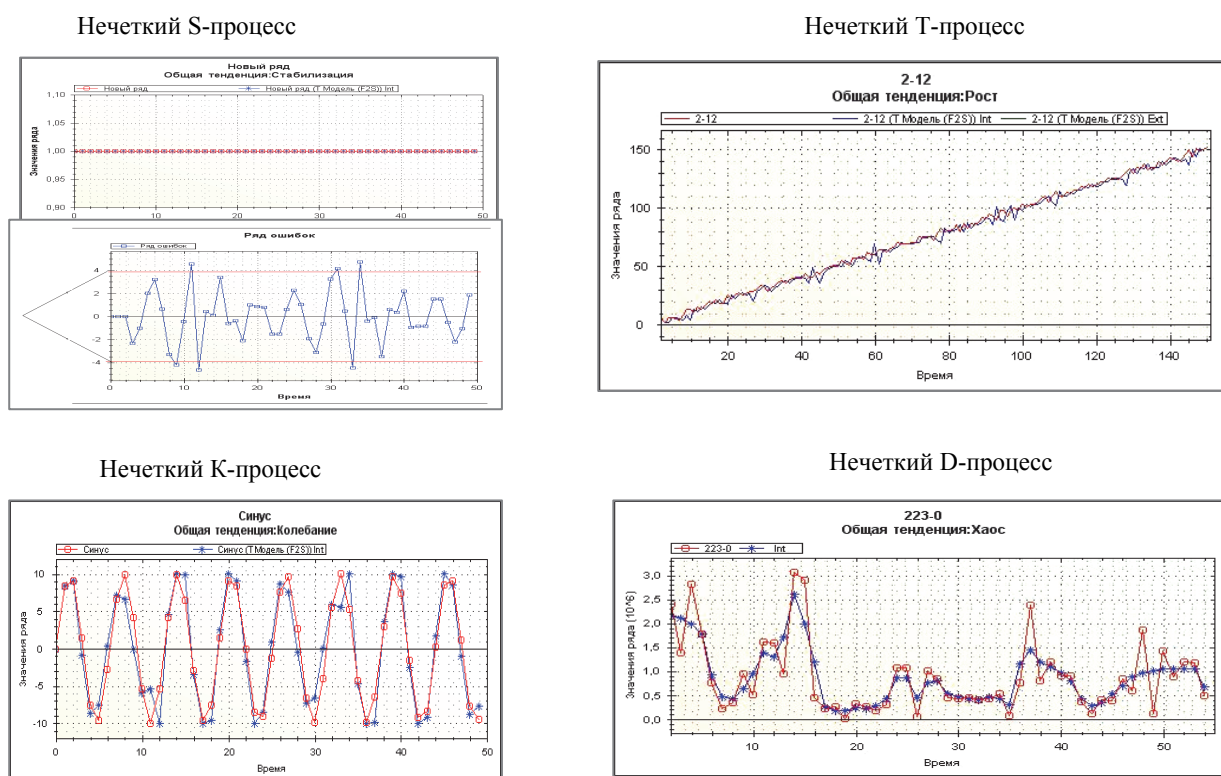


Рисунок 4.6. Результаты алгоритма классификации ВР по типам нечетких тенденций

Для модельных нечетких временных рядов (выборка из 50 ВР небольшой длины), генерируемых известными классами нечетких динамических процессов с нечеткими приращениями, точность классификации предложенным алгоритмом составила 99 %. Экспериментальные исследования, проведенные для 200 временных рядов различной длины, генерируемых базовыми стохастическими

стационарными и нестационарными процессами, показали возможность применения предложенного алгоритма классификации для тестирования ВР на стационарность/нестационарность. Точность предложенного алгоритма при тестировании ВР на стационарность/нестационарность (табл. 4.5) составила 88%, что сопоставимо с результатами, полученными по критерию Дики-Фуллера (91%).

Таблица 4.5. Результаты тестирования на стационарность/нестационарность

Длина ВР	Кол-во значений	Тестирование по критерию Дики-Фуллера	Предложенный алгоритм тестирования
Очень малая	от 7 до 20	0,8	0,77
Малая	от 21 до 40	0,92	0,82
Небольшая	от 41 до 100	0,88	0,92
Средняя	от 101 до 500	0,98	0,92
Большая	от 501 до 800	0,98	0,98
В среднем		0,912	0,882
Станд.отклонение		0,07	0,08

### 4.3. Прогнозирование компонент нечетких элементарных тенденций

Моделирование ВР имеет целью решение задач определения и объяснения природы порождающих его процессов, а также прогнозирования будущих значений временного ряда. Для этого модель ВР должна быть идентифицирована и формально описана.

Основа модели – зависимость (формула, правила), связывающая элементы ряда. Построение зависимости по нечеткому ВР есть процесс извлечения знаний.

Предположим, что исходный временной ряд порожден нечетким динамическим процессом, в котором текущее состояние зависит от предыдущих. Нечеткое значение, характеризующее состояние нечеткого процесса, может определять нечеткое значение ВР или нечеткие значения компонент НЭТ.

В том случае, если исходный ряд есть числовой, построим ACL-шкалу и используем операцию ACL-шкалы для его приведения к нечеткому  $\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t)$ .

Применив метод FT-преобразования и операции оценивания по ACL-шкале, построим временной ряд нечетких элементарных тенденций:

$$\tau_t = \langle \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_t \rangle, \quad \tilde{v}_t = TTend(\tilde{x}_t, \tilde{x}_{t+1}), \quad \tilde{a}_t = RTend(\tilde{a}_t, \tilde{a}_{t+1}), \quad \mu_t = \min(\mu(\tilde{x}_t), \mu(\tilde{x}_{t+1})).$$

Для решения проблемы прогнозирования компонент нечетких элементарных тенденций воспользуемся нечеткой моделью ВР.

Согласно (2.3) модель гранулярного ВР уровня  $\gamma=2$  представим в виде  $M_2^2: \tau_t = (\tau_{t-1} \times \tau_{t-2} \times \dots \times \tau_{t-p}) \circ R_t(t, t-p)$ , а в терминах компонент НЭТ – в виде совокупности разностных уравнений  $p$ -го порядка:

$$\tilde{v}_t = \tilde{v}_{t-1} \times \tilde{v}_{t-2} \times \dots \times \tilde{v}_{t-p} \circ R_{\tilde{v}}, \quad \tilde{a}_t = \tilde{a}_{t-1} \times \tilde{a}_{t-2} \times \dots \times \tilde{a}_{t-p} \circ \tilde{a}, \quad (4.2)$$

где отношения  $R$  извлекаются из временных рядов компонент нечетких элементарных тенденций  $\tilde{v}_t, \tilde{a}_t$  и образуют нечеткую модель временного ряда  $X$  на уровне гранулирования  $\gamma=2$ .

Общая схема этапов построения модели ВР для прогнозирования [Афанасьева, 2009а; Афанасьева, 2011в] в терминах элементарных тенденций представлена на рисунке 4.7.

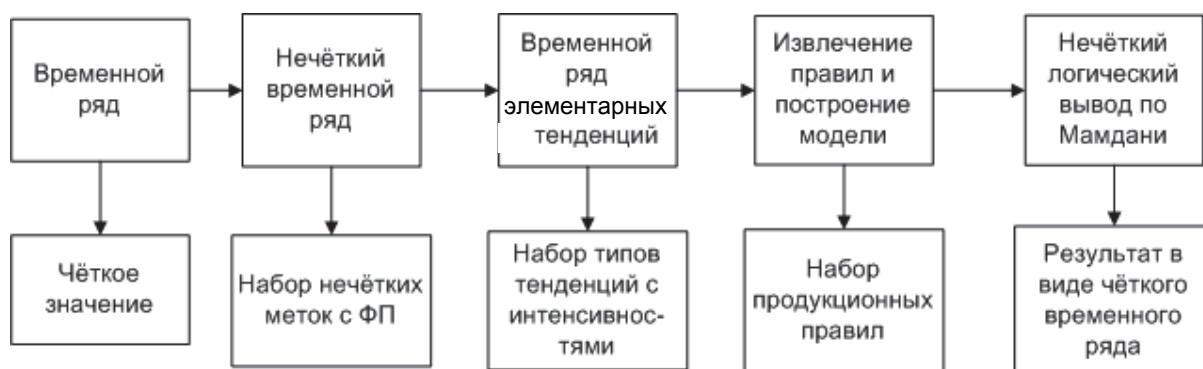


Рисунок 4.7. Общая схема построения модели ВР в терминах НТ

Пример нечеткой *T-модели* первого порядка, порожденной нечетким *T-процессом*, предложенным в пункте 2.3.3 главы 2, с возрастающей тенденцией в виде отношения  $R_{\tilde{v}}(t, t-1)$ , связывающего типы нечетких элементарных тенденций:

		Падение	Стабильн.	Рост
$R_{\tilde{v}} =$	Падение	0	0	0
	Стабильн.	0	0	0,76
	Рост	0	0,76	0,68

Совокупность нечетких правил «Если-То», построенная для отношения  $R_{\tilde{v}}(t, t-1)$ , есть лингвистическая форма нечеткой *T-модели*, она определяет зависимости в типах НЭТ:

$$\begin{aligned}
 R1 &:= \text{Если } \tilde{v}_{t-1,1} = \text{"Рост"}, & \text{то } \tilde{v}_{t,1} &= \text{"Стабильнос ть"} \\
 R2 &:= \text{Если } \tilde{v}_{t-1,2} = \text{"Стабильнос ть"}, & \text{то } \tilde{v}_{t,2} &= \text{"Рост"} \\
 R3 &:= \text{Если } \tilde{v}_{t-1,3} = \text{"Рост"}, & \text{то } \tilde{v}_{t,3} &= \text{"Рост"} \\
 R4 &:= \text{Если } \tilde{v}_{t-1,4} = \text{"Рост"}, & \text{то } \tilde{v}_{t,4} &= \text{"Рост"}.
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Используя вычислительный алгоритм нечеткого логического вывода Мамдани по нечеткой модели, получим прогнозное нечеткое множество, характеризующее тип НЭТ и ее интенсивность для каждого момента времени  $t$  ( $k=1,2,..nk$ ;  $nk$  – количество нечетких правил «Если-То»):

$$\tilde{v}'_t = \bigcup_k \bigcap_t (\tilde{v}_{t-1,k}, \tilde{v}_{t,k}), \quad \tilde{a}'_t = \bigcup_k \bigcap_t (\tilde{a}_{t-1,k}, \tilde{a}_{t,k}). \tag{4.4}$$

Результаты прогноза очередной нечеткой тенденции выражены в лингвистических терминах, не требующих дополнительной интерпретации.

Аналогично модель ВР в терминах нечеткой тенденции для гранулированного временного ряда уровней  $r=3$  и  $r=4$ :

$$\begin{aligned}
 r = 3: N\tau_t &= (n\tau_{t-1} \times n\tau_{t-2} \times \dots \times n\tau_{t-k}) \circ R_{n\tau}(t, t-k), \\
 r = 4: G\tau &= \langle G\tilde{\mathfrak{Z}}, \tilde{\alpha}, \mu \rangle.
 \end{aligned}$$

#### 4.4. Извлечение нечетких правил

Извлечение правил из нечетких временных рядов – это задача построения модели НВР в виде базы знаний о поведении ВР, которая

может быть использована в явном виде в нечетких моделях и системах нечеткого логического вывода продукционного типа [Борисов и др., 2007] или в неявном виде в нечетких нейросетевых системах [Ярушкина, 2004] моделирования НВР.

Тип правил, включенных в базу знаний, определяет ее структуру.

Введем следующие обозначения. Обозначим базу знаний  $Rule = \{R_k^p\}$ ,

где  $k$  – количество нечетких продукционных правил в базе знаний;  $p$  – количество переменных (нечетких высказываний) в каждом правиле. Каждое нечеткое продукционное правило ( $i=1,2,\dots,k$ ) характеризует зависимость текущего значения НВР от  $p$  предыдущих  $\tilde{x}_{t-p}, \tilde{x}_{t-p+1}, \dots, \tilde{x}_{t-1} \rightarrow \tilde{x}_t, (t = p+1, p+2, \dots, n)$  и представляется в лингвистическом виде конечно-разностными уравнениями «Если-То»:

$$R_i^p : \text{Если } x_{t-1} \text{ есть } \tilde{x}_{t-1} \text{ и } x_{t-2} \text{ есть } \tilde{x}_{t-2} \text{ и } \dots x_{t-p} \text{ есть } \tilde{x}_{t-p} \text{ то } x_t \text{ есть } \tilde{x}_t, \quad (4.5)$$

где  $\tilde{x}_j \in \tilde{X}$  – нечеткие множества НВР,  $x_i \in X$  – значения ВР.

Следовательно, методы генерации правил определяют процесс структурной идентификации базы знаний, в основе которых лежит процесс определения параметров  $p$  (порядок модели) и  $k$  (размерность модели). При параметрической идентификации производится настройка параметров функций принадлежности входных и выходных переменных нечеткой модели.

Подставляя в формулу (4.5) значения типов НЭТ, идентифицированных на исходном ВР предложенным в монографии методом FT-преобразования, получим базу знаний, представляющую нечеткую модель структурных изменений ВР. Подставляя в формулу (4.5) значения интенсивностей НЭТ, получим другую базу знаний, характеризующую интенсивность структурных изменений ВР. Таким

образом, извлекаются новые нечеткие правила о компонентах НЭТ Т-модели ВР (2.3), предложенной в пункте 2.3.3 главы 2 в виде нечетких правил «Если-То», допускающих как лингвистическую интерпретацию, так и числовую оценку.

#### 4.5. Способы численного оценивания модели временного ряда нечетких тенденций

Модель числового временного ряда в структурно-лингвистическом подходе рассматривается как результат приведения к четкости его нечетких моделей. Очевидно, что для каждого уровня гранулирования может быть построено множество таких моделей.

Рассмотрим для прогнозирования числовых значений ВР модель, полученную приведением к четкости нечеткой Т-модели

$$x_t = x_{t-1} + v_t \cdot \alpha_t + \varepsilon_t.$$

Нечеткая Т-модель ВР имеет ряд ограничений, обусловленных использованием алгоритма нечеткого логического вывода, которые выражаются в требовании полноты, непротиворечивости и отсутствия избыточности базы нечетких правил (рис. 4.8).

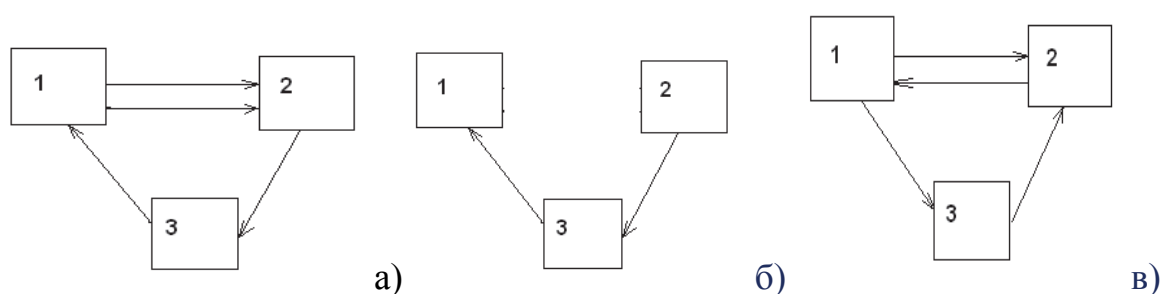


Рисунок 4.8. Проблемы нечетких моделей

а) противоречивость; б) неполнота; в) избыточность

Поэтому предлагается при численной реализации Т-модели ее адаптация тремя способами для решения обозначенных ограничений [Афанасьева и др., 2009а].

#### 4.5.1. Оценивание модели временного ряда на основе нечетких моделей способом F2S

При отсутствии ограничений, рассмотренных выше, предлагается способ реализации Т-модели F2S. Тогда согласно алгоритму нечеткого логического вывода по Мамдани

$$\tilde{v}'_t = \text{Max}_k \text{Min}_t(\tilde{v}_{t-1,k}, \tilde{v}_{t,k}), \quad \tilde{a}'_t = \text{Max}_k \text{Min}_t(\tilde{a}_{t-1,k}, \tilde{a}_{t,k}) .$$

Затем по ACL-шкале приведем к четкости прогнозные значения компонент НЭТ

$$v'_t = \text{deFuzzy}(\tilde{v}'_t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{v}'_t = \text{"стабильность"} \\ -1, & \text{если } \tilde{v}'_t = \text{"падение"} \\ 1, & \text{если } \tilde{v}'_t = \text{"рост"} \end{cases}, \quad \alpha'_t = \text{deFuzzy}(\tilde{a}'_t) = \frac{\sum_{k=1}^n x_k \cdot \tilde{a}'_t(x_k)}{\sum_{k=1}^n \tilde{a}'_t(x_k)},$$

$$x'_{t-1} = \text{deFuzzy}(\tilde{x}_{t-1}), \quad x'_t = x'_{t-1} + v'_t \cdot \alpha'_t.$$

Схема способа реализации Т-модели F2S представлена на рис.4.9.

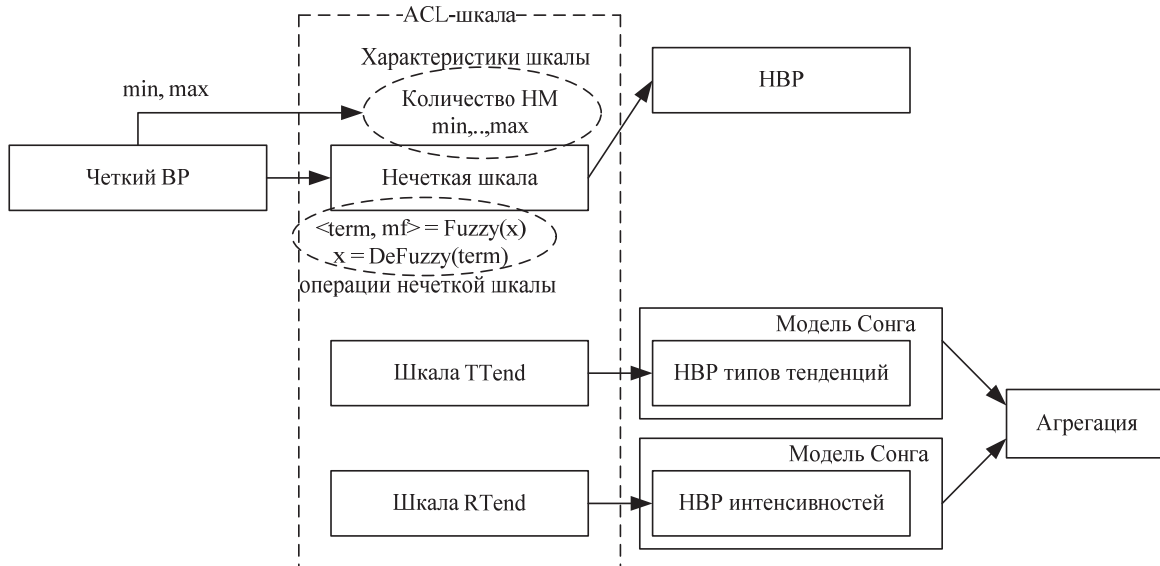


Рисунок 4.9. Схема реализации Т-модели F2S

Избыточные правила было предложено удалять, оставляя правило, появившееся первым при построении нечеткой модели. Реализация данного частичного решения применительно к нечеткой модели типов



нечетких элементарных тенденций показало недостаточную эффективность при моделировании ВР.

Так как каждое правило имеет свою степень принадлежности, которая в нечетком логическом выводе играет важную роль при вычислении результирующего нечеткого термина, поэтому для решения проблемы избыточности было предложен *алгоритм отбора правил* по критерию минимума степеней принадлежности повторяющихся правил.

#### 4.5.2. Алгоритм отбора правил нечеткой модели

Предлагается способ для решения вопроса избыточности и отбора правил, в котором каждому правилу в системе ассоциируется число, соответствующее степени принадлежности. Данное число предлагается считать минимумом из всех степеней принадлежности НВР, для которых соответствующие нечеткие термы входят в левую и правую часть нечеткой продукции (рис. 4.10).

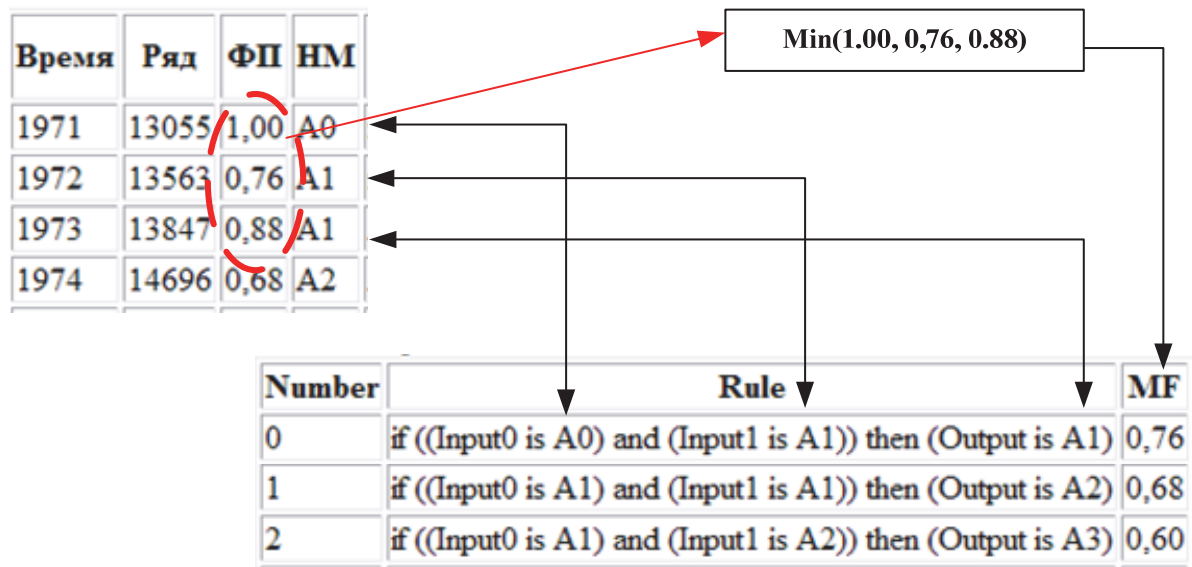


Рисунок 4.10. Формирование степени принадлежности правила

То есть каждому правилу в системе вывода Мамдани приписывается характеристика, на основе которой будет производиться отбор правил.

Отбор правил производится непосредственно перед стандартной процедурой дефаззификации по следующей схеме:

- Объединение лингвистически подобных правил – если правила отличаются только принадлежностью – то выбирается правило с меньшей степенью принадлежности.
- Выбор наиболее подходящего правила – среди правил, оставшихся после первого шага выбирается то, у которого значение максимальное. (есть еще вариант, когда выбираются правила с минимальной разностью между функцией принадлежности правила и минимума входных нечетких термов).

Общая структура алгоритма представлена на рис. 4.11. Разработанный алгоритм отбора правил был реализован для анализа и решения проблемы избыточности нечетких правил не только в нечеткой T-модели, но и в нечетких S- и D-моделях.

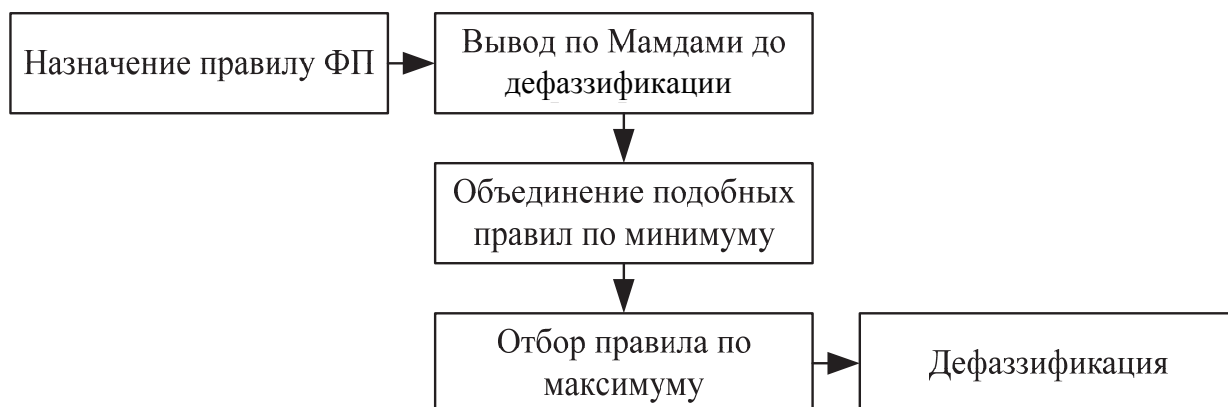


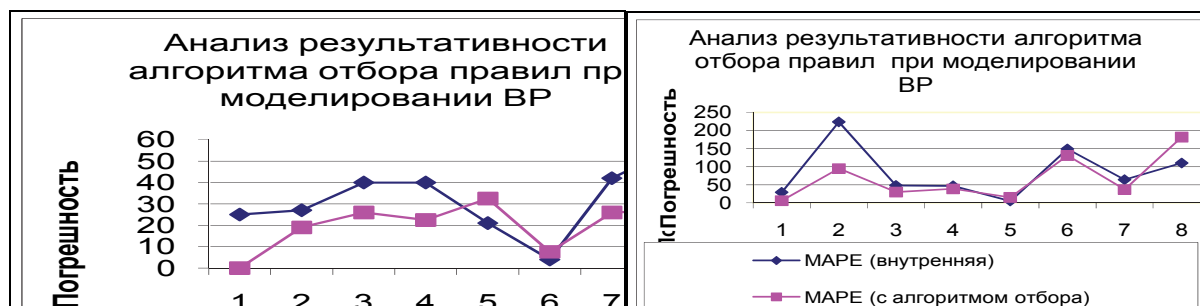
Рисунок. 4.11. Общая структура алгоритма

$$\tilde{a}'_i = \text{Max}_k (\text{Min}_i (\text{Min}_g (\tilde{a}_{i-1,k}, \tilde{a}_{i,k}))), i < n$$

$$\tilde{v}'_j = \text{Max}_k (\text{Min}_j (\text{Min}_s (\tilde{v}_{i-1,k}, \tilde{v}_{i,k}))), j < n$$

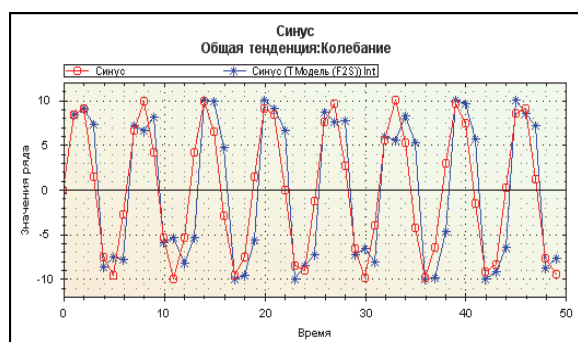
$s, g$  – количество повторяющихся правил в нечеткой модели

Результаты проведенного вычислительного эксперимента показывают, что алгоритм отбора правил позволяет улучшить эффективность нечетких моделей по критериям точности значений MAPE (рис. 4.12, табл. 4.6).

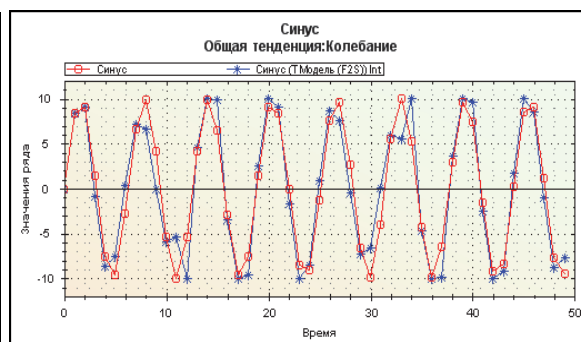


а)

б)



в)



г)

Рисунок 4.12. Исследование результативности алгоритма отбора правил

Таблица 4.6. Результативность алгоритма отбора правил

	MAPE%	MAPE% с алгоритмом отбора правил
В среднем	15,9	6,85

#### 4.5.3. Оценивание модели временного ряда на основе нечетких и нейросетевых моделей способом F3N1S

Проблема коллизий набора правил обнаруживается при моделировании типов нечетких элементарных тенденций. Она заключается в том, что в базе правил могут существовать правила с одинаковыми

предпосылками и одинаковыми уровнями срабатывания, а заключения содержат противоположные типы элементарных нечетких тенденций, агрегация которых дает нечеткую тенденцию «Стабильность» (табл. 4.7).

Таблица 4.7. Коллизии правил для типов тенденций

Правило	Частотность
<b>if ((Input0 is Рост) and (Input1 is Рост)) then (Output is Падение)</b>	7
<i>if ((Input0 is Рост) and (Input1 is Падение)) then (Output is Падение)</i>	7
<i>if ((Input0 is Падение) and (Input1 is Падение)) then (Output is Падение)</i>	8
<i>if ((Input0 is Падение) and (Input1 is Рост)) then (Output is Рост)</i>	7
<b>if ((Input0 is Рост) and (Input1 is Рост)) then (Output is Рост)</b>	6

С целью решения проблемы противоречивости (коллизий правил) при идентификации типов нечетких элементарных тенденций предлагается второй способ реализации Т-модели (первый рассмотрен в предыдущем пункте).

**2 способ (F3N1S):** представим ВР НЭТ в виде  $\tau_t = (\tilde{a}_t, \mu_{1t}, \mu_{2t}, \mu_{3t})$ , где  $\mu_{1t}$ ,  $\mu_{2t}$ ,  $\mu_{3t}$  представляют числовые ВР степеней принадлежности типов НЭТ соответственно «1-Рост(+1)», «2-Падение(-1)», «3-Стабильность»(0);  $\tilde{a}_t$  – НВР интенсивностей НЭТ (рис. 4.13). Прогнозные значения степеней принадлежности определим с помощью трех искусственных нейросетевых (ИНС) моделей типа трехслойный персептрон с количеством входов, равным порядку модели  $p$ , и одним выходом:

$$\mu'_{1t} = F_1\left(\sum_{i=1}^p w_i \mu_{1i}\right), \quad \mu'_{2t} = F_2\left(\sum_{i=1}^p w_i \mu_{2i}\right),$$

$$\mu'_{3t} = F_3\left(\sum_{i=1}^p w_i \mu_{3i}\right), \quad r_t = \arg(\max(\mu'_{1t}, \mu'_{2t}, \mu'_{3t})),$$

где  $r_t$  – значение типа тенденции.

Значение типов НЭТ определим по формуле

$$v'_i = \begin{cases} 1, & \text{если } r=1 \\ -1, & \text{если } r=2 \\ 0, & \text{если } r=3. \end{cases}$$

Для вычисления значения интенсивности прогнозной нечеткой тенденции  $\tilde{a}_i = \tilde{\alpha}_{i-1} \times \tilde{\alpha}_{i-2} \times \dots \times \tilde{\alpha}_{i-q} \circ R_{\tilde{a}}(t, t-q)$  применим алгоритм нечеткого вывода Мамдани  $\tilde{a}'_i = \max(\min(\tilde{a}_{i-1}, \dots, \tilde{a}_{i-q}, \tilde{a}_i))$  с последующей дефаззификацией  $a'_i = deFuzzy(\tilde{a}'_i)$ . Тогда  $x'_{i-1} = deFuzzy(\tilde{x}_{i-1})$ ,  $x'_i = x'_{i-1} + v'_i \cdot \alpha'_i$ .

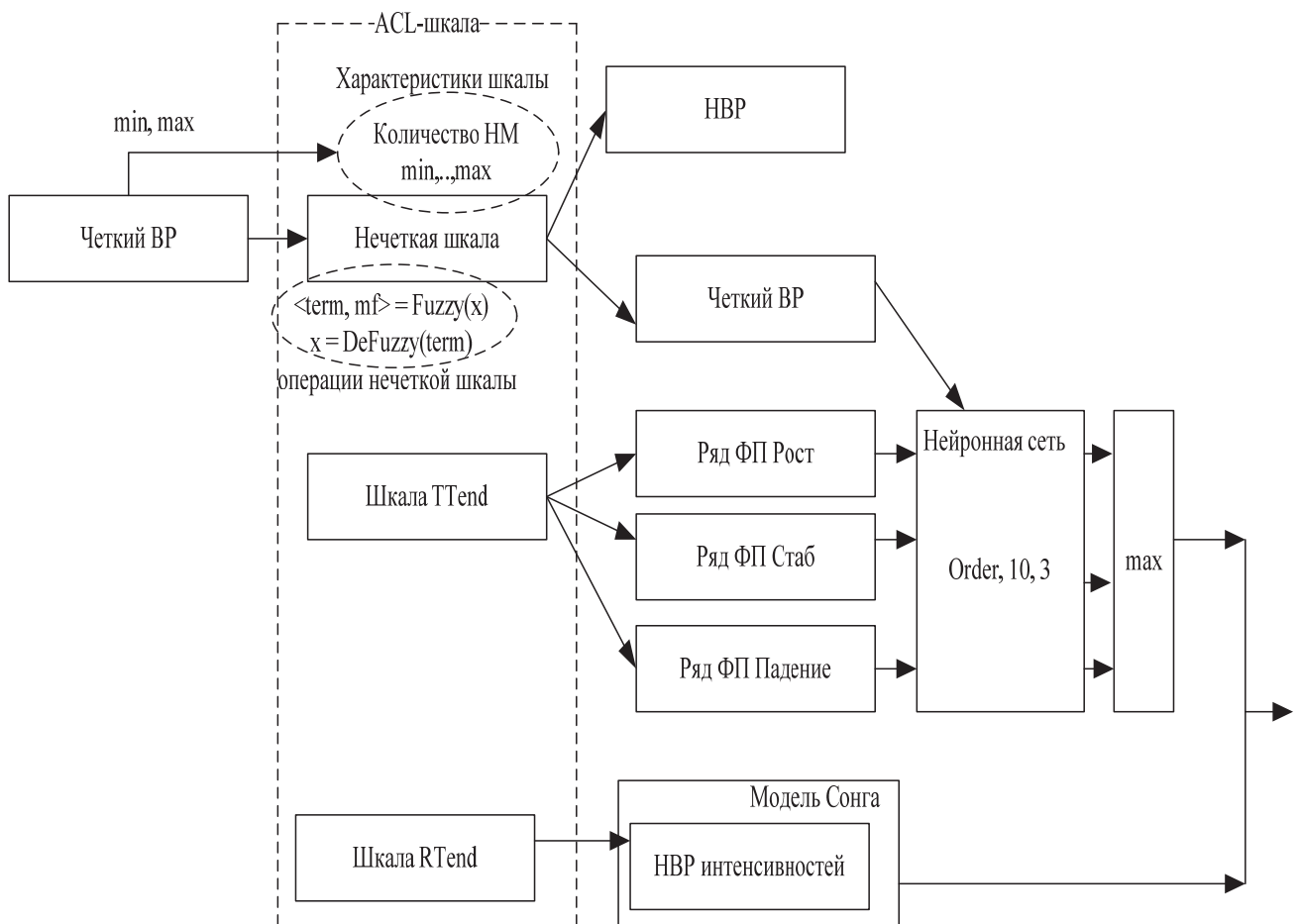


Рисунок 4.13. Схема реализации модели F3N1S

#### 4.5.4. Оценивание модели временного ряда на основе нейросетевых моделей способом F1N

Проблема неполноты правил заключается в неопределенном поведении системы, если ни одно правило базы правил, полученной по временному ряду, не сработало (рис. 4.14).

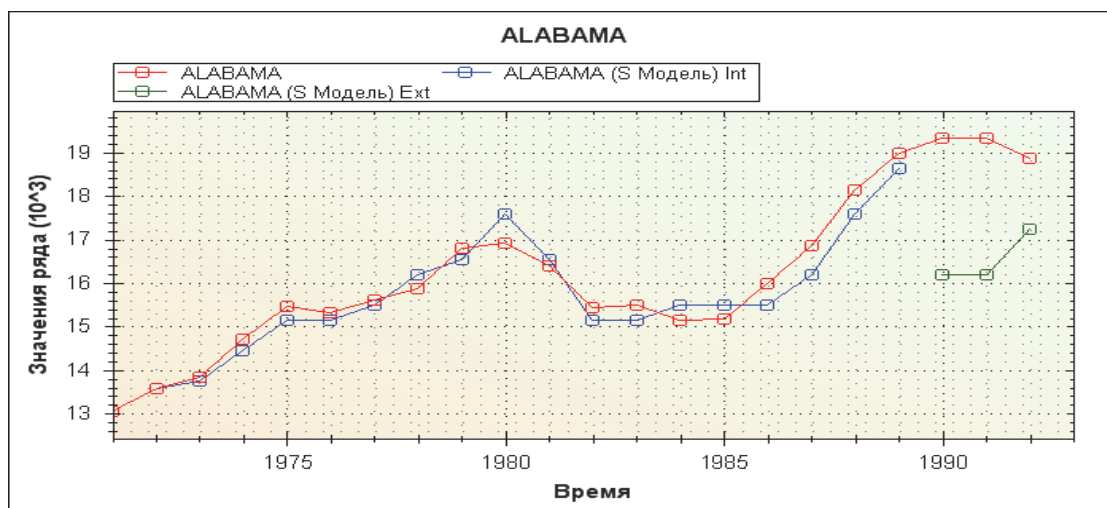


Рисунок 4.14. Пример модели с неполной базой правил

Частичное решение данной проблемы было дано в работе [Song,1994]. Так, для решения проблемы неполноты правил было предложено в качестве неизвестного прогнозного нечеткого значения  $\tilde{x}_t$  использовать предыдущее значение  $\tilde{x}_{t-1}$ .

Ограничение нечетких моделей, связанное с неполнотой нечетких правил, образующих базу правил, наиболее ярко проявляется для нестационарных коротких временных рядов, поэтому предлагается третий способ реализации T-модели, позволяющий получить числовой прогноз без использования нечеткого логического вывода.

**3 способ (F1N):** Эта модель основана на приведения нечеткого временного ряда элементарных тенденций к числовому ВР, значения которого приближенно задают приращения в модели (2.4). Используем числовую оценку идентифицируемых НЭТ

$$\tau_t = v'_t \cdot a'_t, \quad v'_t = deFuzzy(\tilde{v}_t), \quad x'_{t-1} = deFuzzy(\tilde{x}_{t-1}), \quad a'_t = deFuzzy(\tilde{a}_t).$$

Для прогнозирования числовых значений  $\tau_t$  использована трехслойная ИНС-модель типа персептрон с количеством входов, равным порядку модели  $p$ , и одним выходом:

$$\tau'_t = F\left(\sum_{i=1}^p w_i \tau_i\right), \quad x'_t = x'_{t-1} + \tau'_t.$$

Алгоритм прогнозирования состоит в получении значения интенсивности со знаком, зависящим от типа ЭТ (рис. 4.15). Чтобы получить лингвистическую интерпретацию полученного прогноза, необходимо его оценить на основе оценочных операций *ACL*-шкалы.

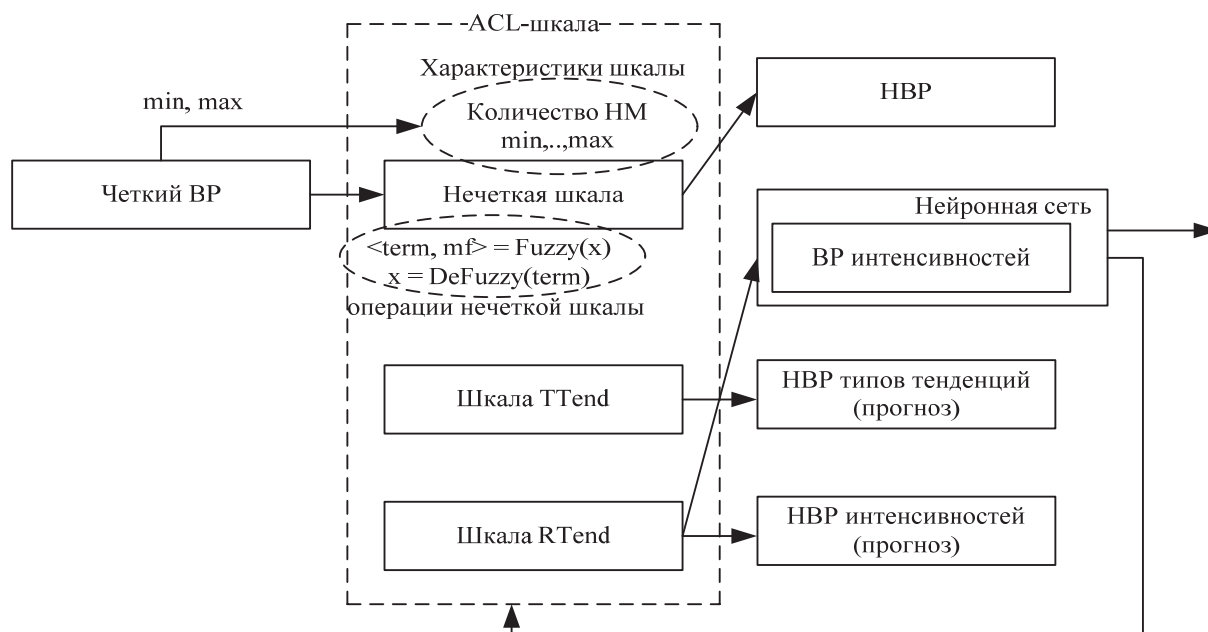


Рисунок 4.15. Схема реализации модели F1N

Таким образом, предложенная в главе 2 нечеткая Т-модель (2.3) совместно с численной моделью (2.5) обеспечивает получение многоуровневого прогноза элементарных тенденций ВР как в лингвистической, так и в числовой форме по числовым, лингвистическим

и смешанным временным рядам. Вторым важным отличием Т-модели является моделирование и прогнозирование значений с изначально заданным пользователем допустимым значением погрешности в данных. Третье отличие заключается в принципиально новом качестве модели, представляющей зависимости в нечетких элементарных тенденциях в лингвистической форме.

#### 4.6. Методика и критерии оценки эффективности моделей временных рядов

Оценка качества моделей прогнозирования ВР основана на анализе расхождений между значениями исходного ВР и его моделью по критериям средней квадратичной ошибки (дисперсии или СКО, в англоязычной терминологии для оценки СКО применяется критерий MSE) и средней абсолютной относительной ошибке (САОО, в англоязычной терминологии – критерий MAPE):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2, \quad MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \cdot 100\%.$$

Здесь  $x_i$  – реальные значения ВР,  $\hat{x}_i$  – оценки значений ВР, полученные в результате прогнозирования ВР по модели.

Для нечетких моделей в терминах НЭТ необходимо разработать собственные критерии эффективности, характеризующие точность при моделировании компонент нечетких тенденций – типа и интенсивности, для оценки моделей необходим также показатель адекватности.

В связи с этим предлагаются новые критерии эффективности, которые могут быть использованы для сравнения не только нечетких моделей, но и моделей нейросетевого и статистического подходов:



1. Новый критерий адекватности  $d_a (0 \leq d_a \leq 1)$ , который оценивает соответствие результатов моделирования предположениям модели (2.5) о допустимой погрешности в остатках модели:

$$d_a = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \Delta \xi_t, \quad \Delta \xi_t = \begin{cases} 1, & \text{если } |x_t - x'_t| > d \\ 0, & \text{если } |x_t - x'_t| \leq d \end{cases}$$

Считаем, что при  $d_a \leq 0,2$  модель адекватна, так как в этом случае согласно предположениям модели (2.5) остатки обладают свойством нечеткого белого шума, СКО которого меньше погрешности в данных.

Данный критерий позволяет определить адекватность модели в контексте лингвистического критерия «стабильность», заданного пользователем.

2. Новый критерий оценки соответствия поведения исследуемого ВР поведению моделируемого (прогнозируемого) ВР в терминах доли количества ошибочных нечетких тенденций  $Ttend$  ( $p$  - порядок модели):

$$Ttend = 100 \% \cdot \frac{l}{n - p - 1} \sum_{t=2+p}^n Er_{-\tilde{v}_t}$$

Аналогично введем критерии оценки соответствия поведения ВР в терминах нечетких множеств.

Критерий оценки соответствия поведения исследуемого ВР  $X = x_t, t = 1, 2, \dots, n$  поведению ВР  $Y = y_t, t = 1, 2, \dots, n$  на уровне грануляции  $r=2$ , определяющий расстояние между одновременными НЭТ (глава 3, пункт 3.1.3):

$$\rho(x, y) = 100 \% \cdot \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\rho(\tilde{v}_t^x, \tilde{v}_t^y) \cdot \rho(\tilde{\alpha}_t^x, \tilde{\alpha}_t^y) \cdot \sqrt{\rho(\mu_t^x, \mu_t^y)^2}),$$

$$\rho(\tilde{v}_t^x, \tilde{v}_t^y) = \begin{cases} 0 & \tilde{v}_t^x = \tilde{v}_t^y \\ 1, & \tilde{v}_t^x \neq \tilde{v}_t^y, \tilde{v}_t^x \neq C \\ 0.5, & \tilde{v}_t^x \neq \tilde{v}_t^y, \tilde{v}_t^x = C \end{cases} \quad \rho(\tilde{\alpha}_t^x, \tilde{\alpha}_t^y) = \begin{cases} 1, & \tilde{\alpha}_t^x \neq \tilde{\alpha}_t^y \\ 0, & \tilde{\alpha}_t^x = \tilde{\alpha}_t^y \end{cases}$$

$$\rho(\mu_t^x, \mu_t^y) = |\mu_t^x - \mu_t^y|,$$

$$0 \leq \rho(x, y) \leq 100.$$

Часто мера эффективности моделей MAPE более выразительная, чем среднеквадратическая ошибка. Например, знание того, что точность прогноза 5%, полезно само по себе, в то время как значение 30,8 для средней квадратической ошибки не может быть так просто проинтерпретировано. Другим положительным качеством критерия MAPE по сравнению с MSE является возможность получения усредненной ошибки прогнозирования, выраженной в процентах, что позволяет использовать ее для сравнения эффективности моделей при прогнозировании множества временных рядов.

По данным вычислительного эксперимента установлена высокая корреляционная связь между показателями MAPE и MSE (94%), что позволяет для сравнения моделей ВР использовать критерий MAPE. В то же время корреляционная связь между MAPE и Ttend, между MAPE и  $d_a$  – незначительная. Данный факт показывает, что новые показатели эффективности моделей оценивают новое свойство моделей.

Для тестирования моделей используются внешние меры качества, основанные на разделении исходного ВР на две части (обычно 90/10): первая часть используется для построения модели (для обучения), а вторая – для тестирования.

Предложена следующая методика оценивания различных нечетких моделей при анализе временного ряда, основанная:

- a) на обязательном применении эквивалентных АСЛ-шкал для генерации эквивалентных нечетких временных рядов;
- b) на решении однотипной задачи анализа ВР, например, краткосрочный прогноз на 10% или прогноз будущей НЭТ;
- c) на использовании новых критериев точности для оценки поведения исследуемого ВР поведению моделируемого (прогнозируемого) ВР  $Ttend$  и/или  $\rho(\tau_i, \tau_s)$ ;
- d) на использовании критерия адекватности  $d_a$ ;
- e) на использовании качественных оценок точности числовых оценок значений ВР и лингвистических оценок типов НЭТ, определяющих направление изменения значений. Будем применять в дополнение к числовым значениям критериев  $Ttend$  и  $MAPE$  их качественные оценки, выраженное лингвистически (табл. 4.8).

Таблица 4.8. Критерии эффективности моделей

r	Критерии эффективности моделей <i>Krit</i>	Числовая и лингвистическая оценка критерия
r=2	$TTendFPE = 100\% \cdot \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n ER_{-\tilde{v}_t}$ $ER_{-\tilde{v}_t} = \begin{cases} 0 & \tilde{v}_t = \tilde{v}'_t \\ 1, & \tilde{v}_t \neq \tilde{v}'_t, \tilde{v}_t \neq C \\ 0.5, & \tilde{v}_t \neq \tilde{v}'_t, \tilde{v}_t = C \end{cases};$ $0 \leq TTendFPE \leq 100\%$	$TTendFPE \leq 6\%$ – очень высокое, $6\% < TTendFPE \leq 12\%$ – высокое, $12\% < TTendFPE \leq 25\%$ – среднее, $25\% < TTendFPE \leq 50\%$ – низкое, $TTendFPE > 50\%$ – очень низкое.
	$RTendFPE = 100\% \cdot \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n ER_{-\tilde{\alpha}_t}$ $ER_{-\tilde{\alpha}_t} = \begin{cases} 1, & \tilde{\alpha}_t \neq \alpha'_t \\ 0, & \tilde{\alpha}_t = \alpha'_t \end{cases}$ $0 \leq RTendFPE \leq 100\%$	$RTendFPE \leq 6\%$ – очень высокое, $6\% < RTendFPE \leq 12\%$ – высокое, $12\% < RTendFPE \leq 25\%$ – среднее, $25\% < RTendFPE \leq 50\%$ – низкое, $RTendFPE > 50\%$ – очень низкое.

#### 4.7. Лингвистическое резюмирование результатов моделирования временного ряда

Резюмирование предполагает описание ключевых тенденций нечеткого временного ряда в краткой форме [Kasprzyk, 2009]. Для числовых временных рядов обычно для этого используется описательная статистика. Для нечетких временных рядов, анализ которых основывается на нечетких множествах, имеющих лингвистическую интерпретацию, целесообразно предложить лингвистическое резюмирование, кратко выражающее наиболее существенные паттерны поведения НВР.

Для этих целей введем дескрипторное описание НВР в терминах результатов решения задач извлечения знаний из НВР, рассмотренных выше.

Дескрипторное описание НВР будет соответствовать наиболее типичным паттернам НВР:

$$D_{\tilde{Y}} = \langle G\tau, \max_{\tau}, \max_{N\tau}, \max_{Rule_{et}} \rangle,$$

где  $G\tau$  – общая тенденция НВР, полученная на основе функционала  $GTend$ ;

$\max_{\tau}$  – элементарная тенденция с максимальной частотной характеристикой, вычисленной с помощью функционала  $g_{Clus}(E\tau)$ ;

$\max_{N\tau}$  – локальная нечеткая тенденция с максимальной частотной характеристикой, вычисленной с помощью функционала  $g_{Clus}(N\tau)$ ;

$\max_{Rule_{et}}$  – правило следования элементарных тенденций с максимальной частотной характеристикой, полученных на основе функционала  $g_{Clus}(Rule_{et})$ .

На основе дескрипторного описания лингвистическая трансляция результатов моделирования нечетких тенденций как процесса резюмирования ВР может генерироваться функционалом  $SMR$  в виде заполнения некоторого лингвистического шаблона, типа

«Временной ряд»  $is\_name=Name$  «характеризуется общей тенденцией:  $min$ »  $is\_Ttend= \tilde{v}$  «интенсивность»  $is\_Rtend= \tilde{\alpha}$  .

«Типичные элементарные тенденции:  $min$ »  $is\_Ttend= \tilde{v}$  «интенсивность»  $is\_Rtend= \tilde{\alpha}$  .

«Типичные локальные тенденции:  $min$ »  $is\_Ttend= \tilde{v}$  «интенсивность»  $is\_Rtend= \tilde{\alpha}$  «длительность»  $is\_ \Delta t= \Delta \tilde{t}$  .

«Типичные правила следования элементарных тенденций»  $iz\_Rule\_et=R_{max}$ .

В дополнение к лингвистическому описанию поведения ВР в текст полезно включить информацию об используемых моделях и оценках их эффективности: параметры модели АСЛ-шкалы, наименование и порядок используемой модели, внутренние и внешние оценки адекватности и точности модели (рис.4.16).

Т Модель (F25). Порядок: 3. Разбиение ряда (точки): 3. Глубина прогноза: 0. Модель остатков: отсутствует Количество нечетких термов: 10 d = 7677186,1425
Сводная информация:
Типичная элементарная тенденция: Рост
Доминирующая элементарная тенденция: Колебание
Ряд характеризуется общей тенденцией: Колебание
Типичные правила следования элементарных тенденций: if ((Input0 is Рост) and (Input1 is Падение) and (Input2 is Рост)) then (Output is Падение)
Адекватность внутренней модели: Высокая (14,29%)
Адекватность внешней модели: Очень высокая (0,00%)
Точность внутренней модели: Средняя (40,31)
Точность внешней модели: Высокая (25,12)

Рисунок 4.16. Пример лингвистического резюмирования ВР

#### 4.8. Метод прогнозирования временных рядов на основе нечетких тенденций (метод НЭТ)

Метод НЭТ [Афанасьева, 2009а; Ярушкина и др., 2010г] заключается в идентификации наилучшей прогнозной Т-модели по исходному ВР  $Y = x_t, t = 1, 2, \dots, n$ . Рассматриваются решение двух задач: идентификация нечеткой Т-модели (2.3) для прогнозирования НЭТ ВР и идентификация Т-модели (2.5) для прогнозирования числовых значений ВР.

Задача идентификации наилучшей Т-модели прогнозирования НЭТ (гранулированного ВР уровня  $\gamma=2$ ) заключается в идентификации параметров  $p$  и  $q$ , минимизирующих функцию

$$\Phi_1(\tau_t - \tau'_t) \xrightarrow{Krit} \min.$$

Здесь  $\tau'_t = W(\tilde{v}_t, \tilde{\alpha}_t)$ ,  $W \in \{F2S, F1N, F3N1S\}$ ,  $Krit = \{CKO, MAPE, Ttend, \rho\}$ ,

$$\tilde{v}_t = \tilde{v}_{t-1} \times \tilde{v}_{t-2} \times \dots \times \tilde{v}_{t-p} \circ R_{\tilde{v}}(t, t-p), \quad \tilde{\alpha}_t = \tilde{\alpha}_{t-1} \times \tilde{\alpha}_{t-2} \times \dots \times \tilde{\alpha}_{t-q} \circ R_{\tilde{\alpha}}(t, t-q).$$

Задача идентификации наилучшей Т-модели прогнозирования числовых значений ВР заключается в идентификации параметров  $p, q$ , минимизирующих функцию

$$\Phi_2(x_t - F(x'_{t-1}, v'_t, \alpha'_t)) \xrightarrow{Krit} \min,$$

$$\text{где } x'_t = F(x'_{t-1}, v'_t, \alpha'_t).$$

##### 4.8.1. Алгоритм метода НЭТ

Численный алгоритм метода НЭТ на основе Т-модели для прогнозирования значений гранулярного ВР уровней  $\gamma=0$  и  $\gamma=2$  включает следующие шаги.

**Шаг 1.** Выбор типа решаемой задачи анализа ВР и критерия оценки эффективности модели *Krit*.

**Шаг 2.** Переход к гранулярному представлению ВР уровней  $r=1$  и  $r=2$  путем применения ранее рассмотренного метода FT-преобразования ВР для получения временного ряда НЭТ  $\tau_t = \langle \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_t \rangle$ ,  $t = 2, 3, \dots, n$ :  
 $\tilde{x}_t = Fuzzy(x_t)$ ,  $\tilde{v}_t = TTend(\tilde{x}_{-1t}, \tilde{x}_t)$ ,  $\tilde{a}_t = RTend(\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_t)$ ,  $\mu_t = \min(\tilde{x}_{t-1}(x_{t-1}), \tilde{x}_t(x_t))$ .

**Шаг 3.** Идентификация наилучшей прогнозной Т-модели (2.3) как модели нечеткого динамического процесса для каждой компоненты НЭТ. Определение способа реализации  $\Psi \in \{F2S, F1N, F3N1S\}$  и порядков Т-модели  $p$  и  $q$ , минимизирующих функцию  $\Phi_1$  (при прогнозе значений гранулированного ВР уровня  $r=2$ ) или функцию  $\Phi_2$  (при прогнозе значений гранулированного ВР уровня  $r=0$ ). На практике часто  $p < 6$  и  $q < 6$ . Дефаззификация Т-модели (2.3) и получение ее числовой реализации вида (2.5). Тестирование и вычисление критериев качества идентифицированной Т-модели. Анализ остатков модели на соответствие нечеткому S-процессу и по критерию адекватности  $d_a$ .

**Шаг 4.** Прогнозирование НЭТ и значений ВР по идентифицированной Т-модели:

$$\tilde{v}_{t+1} = \tilde{v}_t \times \tilde{v}_{t-1} \times \dots \times \tilde{v}_{t-p+1} \circ R_{\tilde{v}}(t+1, t-p+1), \quad \tilde{a}_{t+1} = \tilde{a}_t \times \tilde{a}_{t-1} \times \dots \times \tilde{a}_{t-q+1} \circ R_{\tilde{a}}(t+1, t-q+1),$$

$$v'_{t+1} = deFuzzy(\tilde{v}_{t+1}), \quad a'_{t+1} = deFuzzy(\tilde{a}_{t+1}), \quad x'_{t+1} = x'_t + v'_{t+1} \cdot a'_{t+1}.$$

**Шаг 5.** Реализация лингвистического резюмирования модели ВР, его прогнозных НЭТ и типа основной тенденции, полученной применением рассмотренного выше алгоритма классификации ВР.

#### 4.8.2. Пример применения метода НЭТ для прогнозирования ВР

**Пример 4.2.** Рассмотрим пример моделирования и прогнозирования короткого нестационарного ВР, рассмотренного в примерах 3.1 и 4.1 (рис. 4.17), Т-моделью первого порядка типа F2S.

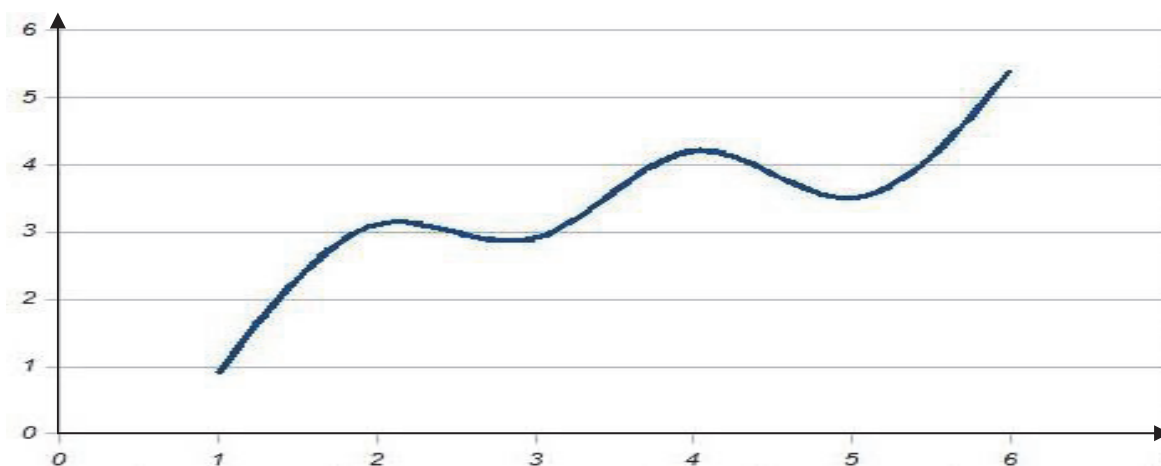


Рисунок 4.17. Значения и график исходного временного ряда

Требуется построить численную реализацию нечеткой Т-модели (2.3) временного ряда

$$x_t = x_{t-1} + v_t \cdot \alpha_t + \varepsilon_t$$

и применить ее для прогнозирования на 1 интервал. Оценить точность и адекватность Т-модели.

**РЕШЕНИЕ.**

Для решения данной задачи применим метод НЭТ, включающий построение ACL-шкалы, FT-преобразование исходного ВР, генерацию нечеткой Т-модели, ее дефаззификацию и получение численной формы Т-модели ВР. Рассмотрим поэтапный алгоритм метода нечетких элементарных тенденций (НЭТ) для прогнозирования исходного ВР на один интервал.

**Построение ACL-шкалы.** Пусть известно, что значения временного ряда имеют максимальную допустимую погрешность  $\varepsilon = 1$ . Это составляет примерно 20% от размаха ВР. Вычислим количество и параметры нечетких градаций ACL-шкалы:  $\Psi = \{E, d, MF, nmin, nmax\}$ . Пусть тип шкалы  $E$  будет «квазиинтервальная и равномерная». Тип функций принадлежности  $MF$ , моделирующих градации шкалы, – треугольными. Длина интервала



функций принадлежности нечетких термов  $ACL$ -шкалы  $d=2\varepsilon$ , то есть  $d=2$ ,  $n_{\max}=5,4$ ,  $n_{\min}=0,9$ . Тогда количество градаций  $ACL$ -шкалы вычислим по формуле  $m = \frac{2 \cdot (n_{\max} - n_{\min})}{d} + 1$ ,  $m=5$ . Определим оценку максимальной средней относительной ошибки, используя теорему о мощности шкалы (глава 3, пункт 3.3.6)  $m = \text{int} \left( \frac{2(x_{\max} - x_{\min})}{n \cdot \delta} \cdot S \right)$  и выражение  $S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}$ . Тогда для  $n=6$ ,  $S=2,5$  и  $\delta_{\max} = \left( \frac{2(x_{\max} - x_{\min})}{n \cdot (m-1)} \cdot S \right) = 0,4$ .

На рис. 4.18 приведена  $ACL$ -шкала, построенная по исходному ВР, которая включает сгенерированные функции принадлежности нечетких значений и компонент НЭТ, а также отношения  $Ttend$  и  $Rtend$  (табл. 4.9 и 4.10).

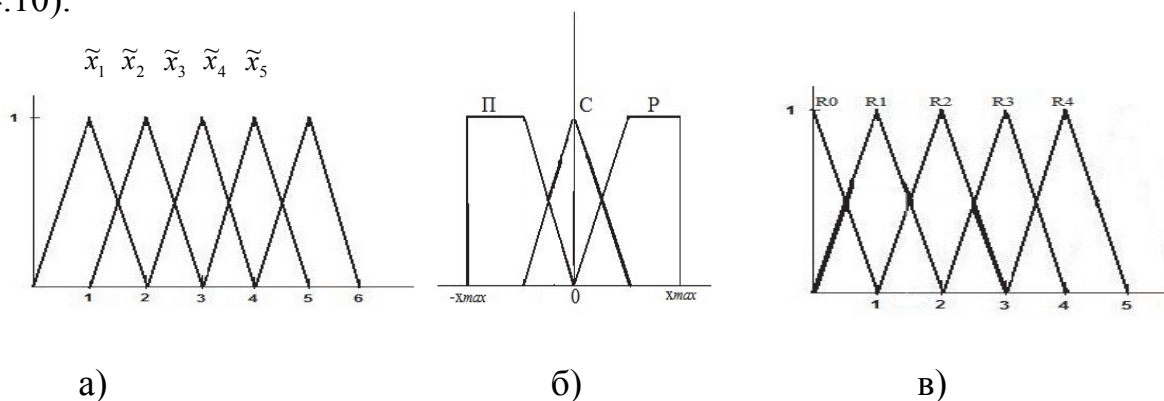


Рисунок 4.18.  $ACL$ -шкала:

- а) базовые нечеткие термы  $\tilde{x}$  ;
- б) нечеткие термы типов НЭТ  $\tilde{v}$ ;
- в) нечеткие термы интенсивностей НЭТ  $\tilde{a}$

Таблица 4.9. Отношение типов НЭТ  $Ttend$

Термы	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$	$\tilde{x}_5$
$\tilde{x}_1$	стабильность	рост	рост	рост	рост
$\tilde{x}_2$	падение	стабильность	рост	рост	рост
$\tilde{x}_3$	падение	падение	стабильность	рост	рост
$\tilde{x}_4$	падение	падение	падение	стабильность	рост
$\tilde{x}_5$	падение	падение	падение	падение	стабильность

Таблица 4.10. Отношение интенсивностей НЭТ RTend

Термы	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$	$\tilde{x}_5$
$\tilde{x}_1$	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>
$\tilde{x}_2$	R <sub>1</sub>	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>
$\tilde{x}_3$	R <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>
$\tilde{x}_4$	R <sub>3</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>
$\tilde{x}_5$	R <sub>4</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>0</sub>

*ACL*-шкала по исходному ВР построена.

**FT-преобразование ВР.** Преобразование исходного ВР в НВР  $\tilde{x}_t$  (рис. 4.19) и ВР НЭТ (рис. 4.20). Построение расширенной структурно-лингвистической модели ВР:  $\tilde{Y} = \langle t, x_t, \tilde{x}_t, \mu_{\tilde{x}}(x_t), \tilde{v}_t, \tilde{a}_t, \mu_{v_t} \rangle$ . Использование встроенных операций *ACL*-шкалы для оценивания нечетких значений и нечетких элементарных тенденций (табл. 4.11):

$$\tilde{x}_i = Fuzzy(x_i), \quad \tilde{v}_i = TTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i+1}), \quad \tilde{a}_i = RTend(\tilde{x}_i, \tilde{x}_{i+1})$$

$$\mu_t(v_t) = \min(\mu_{t-1}(x_{t-1}), \mu_t(x_t)).$$

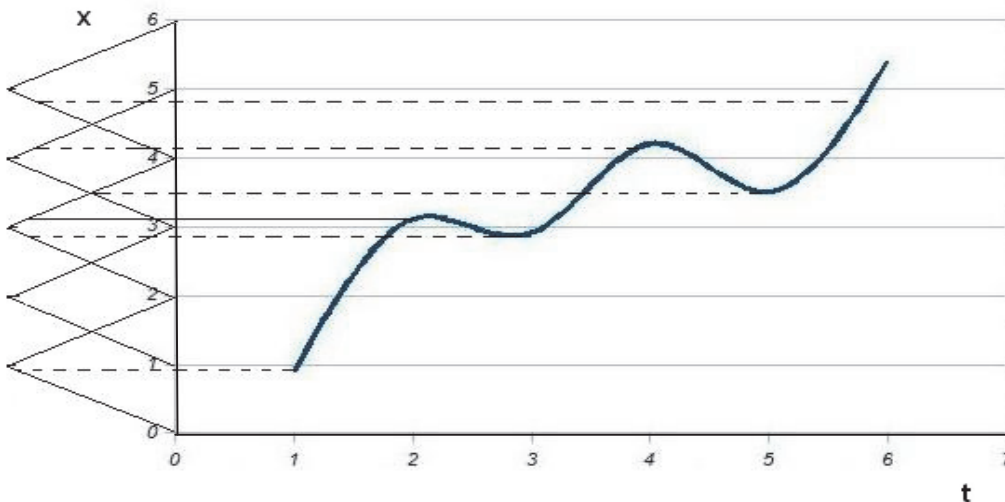


Рисунок 4.19. Процесс оценивания нечетких значений ВР по *ACL*-шкале

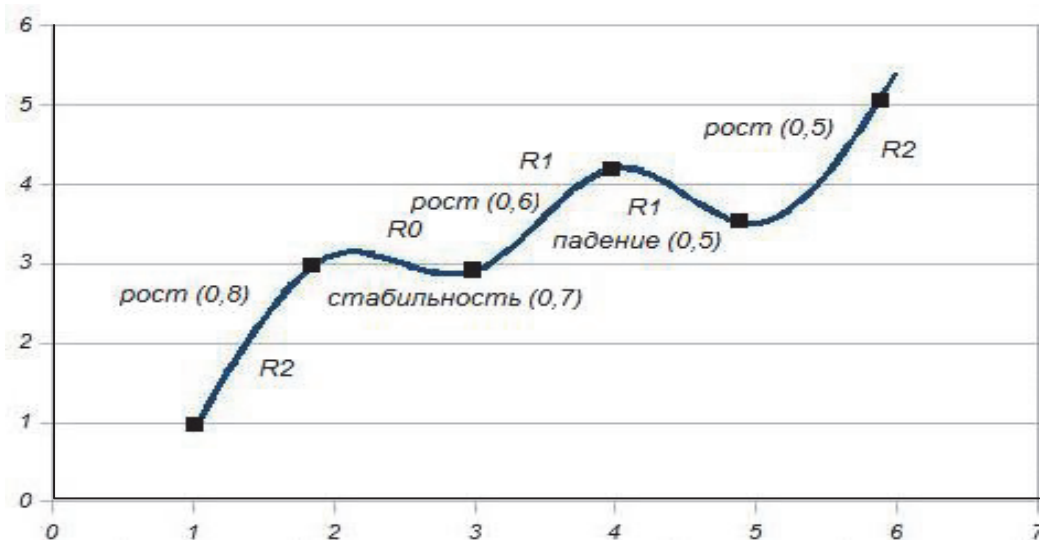


Рисунок 4.20. Результат оценивания нечетких элементарных тенденций ВР по ACL-шкале

Таблица 4.11. Результат FT-преобразования ВР

t	$x_t$	$\mu_t(x_t)$	$\tilde{x}_t$	$\tilde{v}_t$	$\tilde{a}_t$	$\mu_t(v_t)$
1	0,9	0,9	$\tilde{x}_1$	-	-	-
2	3,1	0,8	$\tilde{x}_3$	Рост (P)	R <sub>2</sub>	0,8
3	2,9	0,7	$\tilde{x}_3$	Стабильность (C)	R <sub>0</sub>	0,7
4	4,2	0,6	$\tilde{x}_4$	Рост (P)	R <sub>1</sub>	0,6
5	3,5	0,5	$\tilde{x}_3$	Падение (Π)	R <sub>1</sub>	0,5
6	5,4	0,6	$\tilde{x}_5$	Рост (P)	R <sub>2</sub>	0,5

$\tilde{v}_t$  – тип,  $\tilde{a}_t$  – интенсивность, R<sub>0</sub>,...,R<sub>2</sub> – значения интенсивности  
 $\mu_t(v_t) = \min(\mu_{t-1}(x_{t-1}), \mu_t(x_t))$  – степень принадлежности нечеткой тенденции.

**Построение нечеткой T-модели ВР** как нечеткой модели нечеткого динамического процесса с нечеткими приращениями первого порядка, предложенной в главе 2.

$$\tilde{v}_i = \tilde{v}_{i-1} \circ R_{\tilde{v}}, \quad \tilde{a}_i = \tilde{a}_{i-1} \circ R_{\tilde{a}}.$$

Для этого сформируем нечеткие правила следования типов (табл. 4.12) нечетких элементарных тенденций  $R_{\bar{v}}: \{P \rightarrow C, C \rightarrow P, P \rightarrow \Pi, \Pi \rightarrow P\}$  и интенсивностей (табл. 4.13) нечетких элементарных тенденций  $R_{\bar{a}}: \{R_2 \rightarrow R_0, R_0 \rightarrow R_1, R_1 \rightarrow R_1, R_1 \rightarrow R_2\}$ .

Таблица 4.12. База нечетких правил  $R_{\bar{v}}$  типов НЭТ

t	Номер правила	Правило	Частота
3	0	<i>Если Рост, то Стабильность</i>	1
4	1	<i>Если Стабильность, то Рост</i>	1
5	2	<i>Если Рост, то Падение</i>	1
6	3	<i>Если Падение, то Рост</i>	1

Таблица 4.13. База нечетких правил  $R_{\bar{a}}$  зависимости интенсивностей НЭТ

t	Номер правила	Правило	Частота
3	0	<i>Если <math>R_2</math>, то <math>R_0</math></i>	1
4	1	<i>Если <math>R_0</math>, то <math>R_1</math></i>	1
5	2	<i>Если <math>R_1</math>, то <math>R_1</math></i>	1
6	3	<i>Если <math>R_1</math>, то <math>R_2</math></i>	1

Нечеткая Т-модель динамического процесса в виде системы нечетких правил  $R_{\bar{v}}$ ,  $R_{\bar{a}}$  построена.

**Прогнозирование по Т-модели.** Применим нечеткую Т-модель первого порядка, представленную в таблицах 4.12 и 4.13, для прогнозирования компонент нечетких элементарных тенденций и числовых значений ВР на один интервал вперед.

а. Прогнозируем для исходного момента времени  $t=2$  тип нечетких элементарных тенденций на 1 интервал, то есть для момента времени  $t=3$ . Так как в момент времени  $t=2$  (см. табл. 4.11) идентифицирована нечеткая тенденция с типом «Рост», то извлекаем из базы правил  $R_{\bar{v}}$  (табл. 4.12) все правила, в которых в левой части есть тип «Рост» (правило 0 и 2) (рис. 4.21):

Номер правила	Правило
0	<b>Если Рост, то Стабильность</b>
1	Если Стабильность, то Рост
2	<b>Если Рост, то Падение</b>
3	Если Падение, то Рост

Если Рост, то  
Стабильность

Если Рост, то  
Падение

Рисунок 4.21. Извлечение правил для типов тенденций из базы правил  $R_{\bar{v}}$

Применим известный метод Мамдани для решения системы извлеченных нечетких правил:

*Если Рост (0,8), то Стабильность (0,7)*

*Если Рост (0,6), то Падение (0,5).*

В круглых скобках указаны степени принадлежности нечетких тенденций из таблицы 4.11. Тогда в момент  $t=3$  согласно нечеткой Т-модели идентифицированы типы «Стабильность» (0,7) и «Падение» (0,5). Результат агрегации функций принадлежности этих нечетких термов приведен на рис. 4.22.

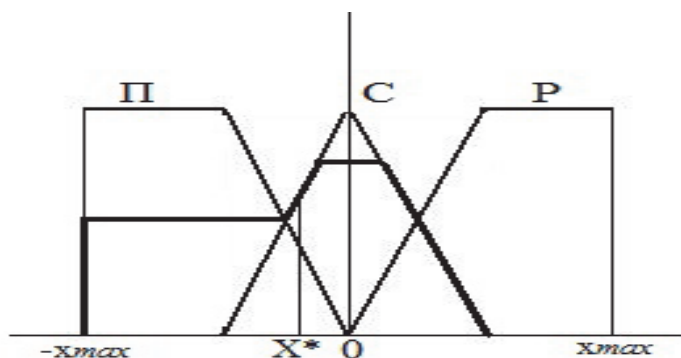


Рисунок 4.22. Результат агрегирования нечетких термов типов НЭТ

Определяем методом «центра тяжести» значение  $x^*$  для агрегированной функции принадлежности, которое затем на основе операций шкалы фазифицируем и определяем тип НЭТ  $Fuzzy(x^*) = \text{«Стабильность»}$ . Таким образом, в момент времени  $t=3$

идентифицирован тип нечеткой элементарной тенденции «Стабильность». В принципе в этом случае можно не прогнозировать интенсивность НЭТ, так как в Т-модели  $x'_{t+1} = x_t + v'_{t+1} \cdot \alpha'_{t+1}$  согласно операции шкалы дефаззифицированное значение  $\text{deFuzzy}(v'_{t+1} = \text{«Стабильность»}) = 0$ . Следовательно, числовое значение ВР для  $t=3$  вычисляется:  $\hat{x}_3 = x_2 + 0 = x_2$ .

$$\text{deFuzzy}(\tilde{v}'_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{v}'_i = \text{«стабильность»} \\ -1, & \text{если } \tilde{v}'_i = \text{«падение»} \\ 1, & \text{если } \tilde{v}'_i = \text{«рост»} \end{cases}$$

Однако для примера покажем, как прогнозируется интенсивность НЭТ для  $t=3$ .

б. Для исходного момента времени  $t=2$  при известном значении интенсивности R2 спрогнозируем интенсивность нечетких элементарных тенденций на 1 интервал, то есть для момента времени  $t=3$ .

Извлекаем правила из базы правил  $R_{\tilde{v}}$  (табл. 4.13), в которых в левой части есть R2 (правило 0):

$$\text{Если } R_2(0,8), \text{ то } R_0(0,7).$$

Так как существует только одно правило следования, то результатом агрегирования будет нечеткий терм R0, соответствующий отсутствию значимого изменения. Его дефаззифицированное значение равно 0.

Таким образом, лингвистический прогноз интенсивности НЭТ в точке  $t=3$  соответствует тенденции «Стабильность».

с. Тогда числовое значение спрогнозированного ВР согласно (1) в момент времени  $t=3$  по Т-модели  $x'_3 = x_2 + 0 = x_2$ .

В случае извлечения нескольких правил при прогнозировании интенсивностей (например, для  $t=5$ ) применим метод Мамдани.

На рис. 4.23 представлен результат агрегации функций принадлежности возможных нечетких термов R1 и R2, следующих за R1, согласно извлеченным правилам

*Если R<sub>1</sub>(0,8), то R<sub>1</sub>(0,7)*

*Если R<sub>1</sub>(0,6), то R<sub>2</sub>(0,5).*

Дефаззифицированное значение R1\* = 1,5. Так как для t=5 прогнозное значение типа НЭТ  $\tilde{v}'_t = \text{Стабильность}$ , то  $x'_5 = x_4 + 0 \cdot 1,5 = 4,2$ . Для t=6 прогнозное значение типа НЭТ  $\tilde{v}'_t = \text{Рост}$ , и  $x'_6 = x_5 + 1,5 = 5$ .

$$deFuzzy(\tilde{a}'_i) = \frac{\sum_{k=1}^n x_k \cdot \tilde{a}'_i(x_k)}{\sum_{k=1}^n \tilde{a}'_i(x_k)}$$

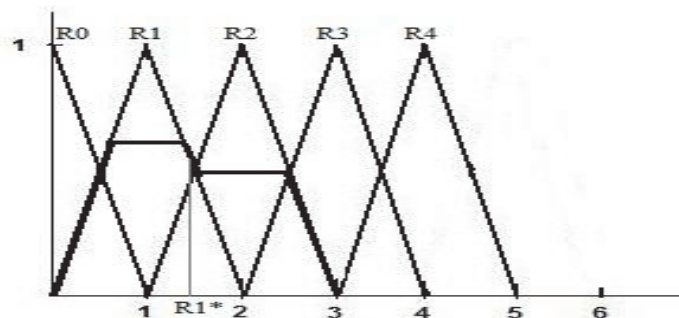


Рисунок 4.23. Результат агрегирования нечетких термов интенсивностей НЭТ

Повторяя четвертый этап алгоритма метода прогнозирования НЭТ для моментов времени t=4,5,6,7,8, получим прогноз нечетких элементарных тенденций и числовых значений ВР (см. табл. 4.14).

**Анализ адекватности и точности Т-модели.** Оценим точность и адекватность построенной Т-модели (табл. 4.12 и 4.13) исходного ВР.

Таблица 4.14. Результат прогнозирования нечетких тенденций ВР

t	$\tilde{v}_t$	$\tilde{a}_t$	$\tilde{v}'_t$	$\tilde{a}'_t$	Ошибка Ttend	Ошибка Rtend
1						
2	Рост	R <sub>2</sub>				
3	Стабильность	R <sub>0</sub>	Стабильность	R <sub>0</sub>	0	0
4	Рост	R <sub>1</sub>	Рост	R <sub>1</sub>	0	0
5	Падение	R <sub>1</sub>	Стабильность	R <sub>0</sub>	0,5	0,5
6	Рост	R <sub>2</sub>	Рост	R <sub>1</sub>	0	1
7			Стабильность	R <sub>0</sub>	Прогнозное значение нечеткой тенденции ВР	
8			Рост	R <sub>1</sub>	Прогнозное значение нечеткой тенденции ВР	

Для оценивания точности прогнозирования числовых значений используем показатель средней абсолютной относительно ошибки  $\delta$  :

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - x'_i}{x_i} \right|.$$

По таблице 4.15 вычислим  $\delta = 0,104$ . Показатель точности модели  $\delta$  не превышает ее максимального значения  $\delta_{\max} = 0,4$ , вычисленного на первом этапе метода НЭТ, что подтверждает адекватность построенной ACL-шкалы и модели ВР.

Таблица 4.15. Результат прогнозирования числовых значений ВР  $x'_t$

t	$x_t$	$x'_t$	Абсолютная ошибка модели	Максимально допустимая ошибка в данных $\varepsilon = 1$
1	0,9	—	—	—
2	3,1	—	—	—
3	2,9	3,1	0,2	<1
4	4,2	3,9=2,9+1	0,3	<1
5	3,5	4,2	0,7	<1
6	5,4	5=3,5+1,5	0,4	<1
7		5		Прогнозное числовое значение ВР
8		6,5		Прогнозное числовое значение ВР

При оценивании точности прогнозирования числовых значений ВР обычно используется показатель  $MAPE = \delta \cdot 100\%$ . Для исследуемого короткого нестационарного ВР  $MAPE = 10,4\%$ , что является приемлемым с



точки зрения, что допустимая погрешность в данных составляет 20% размаха ВР.

Для оценивания адекватности проверим предположения модели по критерию  $d_a$ , то есть, что все значения абсолютных ошибок не превышают допустимого уровня ошибок  $\varepsilon = 1$ , заданного пользователем до построения модели:

$$d_a = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \Delta x_t, \quad \Delta x_t = \begin{cases} 1, & \text{если } |\varepsilon_t| > d \\ 0, & \text{если } |\varepsilon_t| \leq d \end{cases}.$$

Согласно таблице 4.15 модель адекватна по показателю  $d_a$ ,  $d_a = 0$ . Результаты, полученные в примере 4.2, представлены на рис. 4.24 и демонстрируют, что Т-модель, построенная методом НЭТ, успешно и адекватно прогнозирует нечеткие элементарные тенденции и значения временного ряда, относящегося к ВР, обладающим высокой степенью неопределенности, вследствие нестационарности поведения, неточности значений и малой длины.



Рисунок 4.24. Результаты прогнозирования ВР из примера 4.2 методом НЭТ

### **4.8.3. Анализ преимуществ и ограничений метода НЭТ**

Метод НЭТ ориентирован на анализ и краткосрочный прогноз ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, на основе идентификации НЭТ и Т-модели.

В то же время установлены следующие ограничения метода НЭТ, связанные с используемой Т-моделью ВР:

- 1) отсутствие возможности моделирования и анализа нечетких локальных тенденций;
- 2) ориентация на краткосрочное прогнозирование коротких ВР (7-60 значений), с ростом длины ВР точность прогнозирования значений ВР снижается;
- 3) используется равномерная ACL-шкала, градации которой заданы треугольными функциями.

### **4.9. Интегральный метод нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций временных рядов**

Для снятия ограничений 1 и 2 метода НЭТ для нестационарных ВР разработан метод, позволяющий идентифицировать и прогнозировать нечеткие локальные тенденции. Интегральный метод нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций основан на использовании метода НЭТ для сглаженного временного ряда, получаемого методом F-преобразования [Перфильева, 2003].

В этом случае применение метода НЭТ для краткосрочного прогнозирования на одну локальную тенденцию позволит строить прогноз сразу на несколько интервалов вперед исходного числового ВР. Данная идея легла в основу нового метода прогнозирования временных рядов средней длины (от 60 до 500 значений) – интегрального метода нечеткого

моделирования и анализа нечетких тенденций (метод ИМ) [Ярушкина, Афанасьева и др., 2010б,в].

Основная идея метода F-преобразования заключается в преобразовании исходного ВР на основе треугольных базисных функций, покрывающих временную ось, во временной ряд F-компонент  $F_I[f] = (F_1, \dots, F_I)$ , количество значений которого соответствует количеству базисных функций, но меньше, чем значения исходного ВР. Теоретические положения F-преобразования функций рассмотрены в пункте 1.2.3 главы 1 монографии.

F-преобразование может рассматриваться как метод выделения нечеткого тренда  $F_I[f] = (F_1, \dots, F_I)$  и одновременного сжатия временного ряда так, что каждая НЭТ сглаженного ряда соответствует нечеткой локальной тенденции исходного ряда, которые и образуют нечеткий тренд (рис. 4.23).

Применение F-преобразования, как составного инструмента нечеткого моделирования ВР, было апробировано в рамках международного соревнования методов NN5 и вошло в 15 лучших методов по точности прогнозирования, данный факт определил его выбор в интегральном методе.

Рассмотрим алгоритм интегрального метода нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций.

Модель ВР в этом методе рассматривается в виде  $Y_t = F_t + R_t$ ,

где  $F_t$  – компонента преобразования, которая представляет значение кусочно-линейного тренда;

$R_t$  – остаток.

Принципиальной особенностью такого представления является то, что исходный ВР рассматривается как реализация двух различных

динамических процессов. Наша задача – построить модель каждого процесса. Исходя из требований лингвистической интерпретации результатов и учета погрешностей в данных, лежащих в основе структурно-лингвистического подхода, используем метод НЭТ для прогноза трендовой компоненты  $F_t$ .

Предложен следующий численный алгоритм интегрального метода нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций ВР.

**Шаг 1.** Применение метода F-преобразования для декомпозиции анализируемого ВР  $Y = x_t, t = 1, 2, \dots, n$  на кусочно-линейный тренд  $F_l[Y] = [F_1, \dots, F_l]$  и матрицу остатков  $R = (r_{it}), i = 1, 2, \dots, l$ .

$$F_k = \frac{\sum_{j=1}^n x_{t_j} \cdot A_k(t_j)}{\sum_{j=1}^n A_k(t_j)},$$

где  $k=1, 2, \dots, l$ ;  $A_1, \dots, A_l$  – базисные функции, заданные на интервале  $[t_1, t_n]$ . Иллюстрация выделения кусочно-линейного тренда методом F-преобразования приведена на рис. 4.25.

**Шаг 2.** Гранулирование полученного ВР  $F_1, \dots, F_l$  на гранулы  $r=1$  и  $r=2$  методом FT-преобразования.

**Шаг 3.** Применение метода НЭТ для идентификации наилучшей Т-модели (2.3) и вычисления прогнозных значений параметров НЭТ и числового значения  $F_{l+1}$  по формуле (2.5)  $F_{l+1} = F_l + v_l \cdot a_t$ .

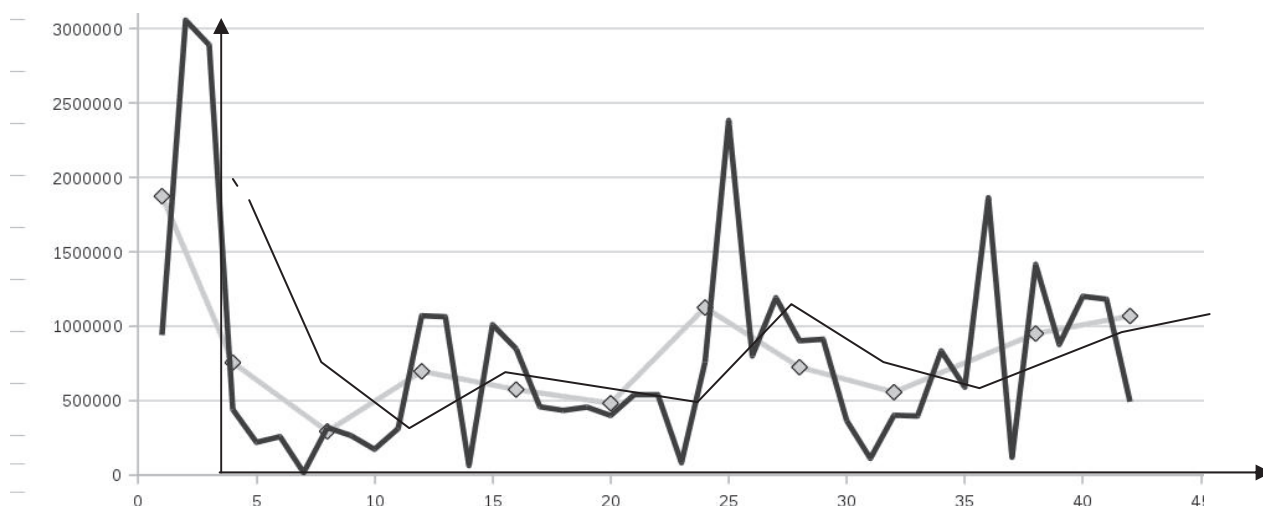


Рисунок 4.25. Иллюстрация применения прямого F-преобразования

**Шаг 4.** Прогнозирование остатков  $r_{it+1}$  на основе модели, выбранной из набора конкурирующих моделей по наименьшему критерию MAPE: ИНС типа трехслойного персептрона с обратным распространением ошибки, сто-хастическая модель класса ARIMA(p,d,q) и T-модель.

**Шаг 5.** Вычисление прогнозного значения исходного ВР

$$x_{t+1} = V_{i=1}^l (F_i + r_{it+1})$$

и определение критериев эффективности.

Таким образом, применение метода ИМ обеспечивает принципиально новую возможность прогнозирования нечетких локальных тенденций в дополнение к прогнозированию значений и НЭТ ВР. Сфера его применимости – нестационарные ВР средней длины (от 60 до 500 значений).

## Выводы

Предложен метод FT-преобразования для решения задачи сегментации ВР на основе идентификации нечетких элементарных тенденций и гранулирования временных рядов. Отличительным свойством FT-преобразования является возможность по нечетким и

смешанным ВР получать с приемлемой погрешностью (4,5%) приближенные значения исходных числовых ВР, которые становятся доступными для дальнейшего анализа методами различных подходов.

Впервые разработан алгоритм классификации нечетких динамических процессов на основе нечетких элементарных тенденций, обеспечивающий извлечение знаний в лингвистической форме о поведении основной тенденции ВР. Для 50 модельных нечетких временных рядов, генерируемых известными классами нечетких процессов, эксперименты показали, что точность классификации предложенным алгоритмом составила 99%. Вычислительные эксперименты, проведенные для 300 временных рядов, генерируемых базовыми моделями стохастических процессов (ARIMA-модели) показали применимость предложенного алгоритма классификации также для тестирования на стационарность/нестационарность ВР (средняя точность составляет 88%).

Предложена новая модель (Т-модель), обеспечивающая многоуровневое прогнозирование ВР как в лингвистической, так и в числовой форме. Вторым важным отличием новой Т-модели является моделирование и прогнозирование значений с изначально заданным пользователем допустимым значением погрешности. Третье фундаментальное отличие заключается в принципиально новом качестве модели, представляющей зависимости в нечетких элементарных тенденциях в лингвистической форме, обеспечивающей пользователей новыми знаниями об исследуемом явлении.

Предложен эффективный метод нечеткого моделирования и прогнозирования значений ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, и его нечетких элементарных тенденций (метод НЭТ). Цель моделирования – нечеткие тенденции – качественное отличие метода

НЭТ от методов нечеткого подхода и от методов моделирования других подходов достигается в частности отбором моделей на основе предложенных критериев качества, ориентированных на анализ соответствия нечетких тенденций модели исходному ВР. Метод НЭТ учитывает современные требования конечных пользователей: повышение информативности результатов, сокращение временных затрат на процесс интерпретации результатов, моделирование временных рядов небольшой длины (от 7 значений), для которых статистические методы не гарантируют адекватное построение моделей.

Исследование метода НЭТ на примере показало его результативность, как нового метода, позволяющего извлекать в лингвистической форме новые зависимости о поведении нестационарных коротких ВР (7–60 значений) в лингвистических терминах и строить Т-модели.

Новый интегральный метод нечеткого моделирования временных рядов, объединяющий F-преобразование с методом НЭТ, базируется на методах нечеткого моделирования и извлечения знаний. Основной целью разработки интегрального метода является реализация удобного, оперативного и многоаспектного (многоуровневого) анализа временных рядов и его нечетких локальных тенденций, ориентированных на специалистов различных предметных областей.

Область применения интегрального метода – ВР средней длины (60–500 значений).

## ГЛАВА 5. ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ СТРУКТУРНО-ЛИНГВИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Исследование предложенных моделей и методов анализа нечетких тенденций временных рядов проводился в сравнении с базовыми методами и моделями нечеткого моделирования (S- и D-модели) [Song, 1993; Sah, 2004] и нейросетевыми моделями (ИНС-модели) типа трехслойного персептрона с обратным распространением ошибки. Для реальных ВР дополнительно проводилось исследование результатов нечетких моделей с базовыми стохастическими АRIMA-моделями и ЕМА-моделями экспоненциально взвешенных скользящих средних, реализованными в современных ППП, таких как STATISTICA5.5<sup>©</sup> и ForecastPRo<sup>©</sup>.

Для исследования эффективности методов, алгоритмов и моделей структурно-лингвистического подхода к анализу ВР были использованы 380 временных ряда различной длины (от очень коротких до средних).

Использованы рассмотренные и введенные в 4-й главе монографии критерии эффективности моделей ВР: критерий адекватности нечетких моделей, критерий соответствия поведения исследуемого ВР поведению моделируемого (прогнозируемого) ВР в терминах нечетких тенденций *Ttend*, критерий точности, оценивающий среднюю квадратичную ошибку MSE, критерий средней относительной ошибки точности прогнозирования значений временных рядов *MAPE*.

Эффективность моделирования ВР оценивалась по внутренним ошибкам, которые получали построенные по этому ВР исследуемые модели. Эффективность прогнозирования ВР оценивалась по внешним ошибкам [Валеев, 2001], которые допускали модели. Для этого весь ВР разбивался на две части. Первая часть, обучающая, использовалась для построения (обучения) моделей, по ней определялись внутренние ошибки.



Вторая часть ВР, тестовая, использовалась для прогнозирования значений ВР по построенной модели. Затем значения, полученные по модели, и реальные значения тестовой части ВР использовались для вычисления внешних ошибок.

В ходе исследования был разработан программный комплекс интеллектуального анализа временных рядов *FuzzyTend* в виде пакета прикладных программ. Данный пакет содержит разработанную Т-модель, ИНС-модель, нечеткие S-модель [Song, 1993] и D-модель [Şah, 2004], которые использованы для сравнения результатов моделирования и прогнозирования ВР.

### **5.1. Исследование эффективности Т-модели на искусственных временных рядах**

Для исследования эффективности предложенной Т-модели были сгенерированы 13 коротких временных рядов (от 8 до 15 значений) по моделям нечетких процессов с нечеткими приращениями для проверки адекватности моделирования и точности прогнозирования модельных нечетких тенденций.

#### **5.1.1. Исследование адекватности и устойчивости Т-модели коротких ВР, сгенерированных моделями нечетких процессов с нечеткими приращениями**

В рамках эксперимента на коротких ВР (8 – 12 значений), построенных по моделям заданных классов нечетких динамических процессов с нечеткими приращениями (глава 2, пункт 2.3.3), исследовались следующие свойства Т-модели:

- 1) корректность восстановления заданных зависимостей, степень адекватности и точности Т-модели,

- 2) устойчивость Т-модели при прогнозировании ВР в условиях внесения искажения в данные,
- 3) сравнительная эффективность Т-модели.

### **Корректность восстановления заданных зависимостей.**

#### **Степень адекватности и точности Т-модели**

Общим для всех временных рядов типа S-процесс были следующие параметры нечеткой ACL-шкалы: минимальная граница – 100, максимальная граница – 800, значение интервала незначимости – 168.

Для временных рядов типа Т- и К-процессов были выбраны следующие параметры нечеткой ACL-шкалы: минимальная граница – 13 000, максимальная граница – 23 000, значение интервала незначимости – 714.

Для модельных числовых временных рядов, построенных как реализации нечетких динамических процессов с нечеткими приращениями методом НЭТ, были идентифицированы Т-модели типа F2S первого порядка, кроме временного ряда типа К-процесс. Для временного ряда типа К-процесс была идентифицирована Т-модель типа F2S второго порядка.

В результате проведенных экспериментов установлено, что все заданные зависимости были идентифицированы корректно (табл. 5.1). Адекватность Т-моделей высокая (равна 0), точность Т-модели (внутри выборки) достаточная как для значений ( $MAPE=4,4\%$ ), так и для компонент НЭТ ( $T_{tend}=2,1$ ;  $R_{tend}=4,2\%$ ).

Таблица 5.1. Результаты исследования адекватности Т-модели.  
Примечание: Р – «рост», П – «падение», С – «стабильность»

ВР	Тип нечеткого процесса	Правила полученные по модели F2S	Критерий адекватности	Ошибка оценивания типа НЭТ Ttend	Ошибка оценивания интенсивности НЭТ Rtend	Точность по критерию MAPE
ВР1	S-процесс	С → С	0	0	0	0
ВР4	Т-процесс	Р → Р	0	0	0	9,4
ВР5	К-процесс	РП → П	0	0	0	1,58
		ПП → Р				
		ПР → Р				
		РР → П				
ВР14	D-процесс	Р → Р	0	8,33	16,67	6,59
		Р → П				
		С → П				
		П → С				
В среднем			0	2,1	4,2	4,4

### Устойчивость при прогнозировании ВР

Результаты прогнозирования на 1 интервал временных рядов, рассмотренных в предыдущем параграфе, Т-моделью показывают (табл. 5.2), что предложенная модель для коротких ВР, построенных как реализация нечетких процессов с нечеткими приращениями, адекватна и демонстрирует устойчиво высокую точность краткосрочного прогнозирования компонент НЭТ и значений ВР ( $MAPE_{\text{сред}}=1,9\%$ ).

Таким образом, Т-модель демонстрирует достаточную точность как для внутренних ошибок (при моделировании), так и для внешних (при краткосрочном прогнозировании) (табл. 5.3).

Таблица 5.2. Точность прогнозирования модельных ВР на один интервал по критерию MAPE %.

ВР	Критерий адекватности	Ошибка оценивания типа НТ %	Ошибка оценивания интенсивности НТ%	MAPE %
ВР1(S-процесс)	0	0	0	0
ВР4 (Т-процесс)	0	0	0	3,39
ВР5 (К-процесс)	0	0	0	2,97
ВР14 (D-процесс)	0	0	0	1,14
В среднем	0	0	0	1,9

Таблица 5.3. Результаты моделирования и прогнозирования методом НЭТ модельных ВР

Средние показатели	Критерий адекватности $d_a$	Ошибка оценивания типа тенденции Ttend%	Ошибка оценивания интенсивности тенденции Rtend%	Погрешность по критерию MAPE%
При моделировании	0	2,1	4,2	4,4
При прогнозировании на 10%	0	0	0	1,9

Интерес представляет исследование устойчивости Т-модели при внесении искажений в значения ВР. Устойчивость модели – это ее способность сохранять адекватность на всем множестве допустимых изменений, то есть для погрешности значений ВР, равной допустимому значению  $d$ .

При формировании временных рядов исследовалась устойчивость Т-модели к искажениям в значениях ВР до 10% в задачах моделирования (табл. 5.4) и прогнозирования (табл. 5.5).

Таблица 5.4. Результаты моделирования ВР с внесенными искажениями.  
Внутренние ошибки

ВР	Правила полученные по модели F2S	Критерий адекватности $d_a$	Ошибка оценивания типа НЭТ Ttend%	Ошибка оценивания интенсивности НЭТ Rtend%	Точность по критерию MAPE%
ВР1(стабильность)	$C \rightarrow C$	0	0	0	0
ВР2 (стабильность, искажения 3%)	$C \rightarrow C$	0	0	0	1,58
ВР3 (стабильность, искажения 6%)	$C \rightarrow C$	0	0	0	2,3
ВР9 (стабильность, искажения 10%)	$P \rightarrow P, P \rightarrow P$ $P \rightarrow C, C \rightarrow P$ $P \rightarrow P$ стабильность не идентифицирована!	0	16,67	33,33	5,43
ВР4 (рост1)	$P \rightarrow P$	0	0	0	9,4
ВР6 (рост0, искажения 1%)	$P \rightarrow P$	0	0	0	9,6
ВР7(рост2, искажения 3%)	$P \rightarrow P$	0	0	0	9,36
ВР8 (рост3, искажения 6%)	$P \rightarrow P$	0	0	0	8,99
ВР10 (рост1,0 искажения 10%)	$P \rightarrow P$	0	0	0	10,39
ВР5 (колебания)	$RP \rightarrow P, PPP \rightarrow P$ $PP \rightarrow P, PP \rightarrow P$	0	0	0	1,58
ВР11 (колебания, искажения 3%)	$RP \rightarrow P, PPP \rightarrow P$ $PP \rightarrow P, PP \rightarrow P$	0	0	0	0,54
ВР12 (колебания, искажения 6%)	$RP \rightarrow P, PPP \rightarrow P$ $PP \rightarrow P, PP \rightarrow P$	0	0	0	0,66
ВР13 (колебания, искажения 10%)	$RP \rightarrow P, PPP \rightarrow P$ $PP \rightarrow P, PP \rightarrow P$	0	0	0	1,92
ВР14 (нестац., искажения 6%)	$P \rightarrow P, P \rightarrow P$ $C \rightarrow P, P \rightarrow C$	0	8,33	16,67	6,59
В среднем		0	1,66	3,3	4,9

Результаты экспериментального исследования устойчивости предложенных моделей показывают, что они для погрешностей в пределах 10% демонстрируют устойчивые приемлемые показатели точности моделирования нечетких элементарных тенденций и значений ВР, а также адекватны. Кроме того, погрешности в пределах 10% приводят к изменению точности моделирования в 11%, что также свидетельствует об устойчивости Т-модели.

Таблица 5.5. Результаты прогнозирования искусственных ВР на 1 интервал в условиях внесения искажений. Внешние ошибки

ВР	Критерий адекватности	Ошибка оценивания типа НТ %	Ошибка оценивания интенсивности НТ%	Точность по критерию MAPE%
ВР1(стабильность)	0	0	0	0
ВР2 (стабильность с уровнем искажений в 3%)	0	0	0	1,59
ВР3 (стабильность с уровнем искажений в 6%)	0	0	0	5,8
ВР4 (рост1)	0	0	0	4,59
ВР6 (рост0 с уровнем искажений 1%)	0	0	0	4,6
ВР7(рост2 с уровнем искажением 3%)	0	0	0	4,2
ВР8 (рост3 с уровнем искажения в 6%)	0	0	0	3,67
ВР10 (рост10 с уровнем искажений 10%)	0	0	0	3,2
ВР5 (колебания)	0	0	0	0,94
ВР11 (колебания с искажениями в 3%)	0	0	0	0,27
ВР12 (колебания с искажениями в 6%)	0	0	0	0,55
ВР13 (колебания с искажениями в 10%)	0	0	0	0,94
ВР14 (DSнестационарный)	0	0	0	1,14
В среднем	0	0	0	2,4

В табл. 5.5 представлены результаты применения Т-модели для прогнозирования в условиях внесения искажений в значения рассмотренных выше ВР, генерируемых нечеткими процессами с нечеткими приращениями. Анализ результатов позволяет сделать вывод, что при внесении небольших искажений до 10% Т-модель сохраняет свойства адекватности, корректной идентификации заданных зависимостей и высокой точности. Изменения в значениях ВР в пределах 10% приводят к изменению в 12% точности прогнозирования ВР Т-моделью. При дальнейшем увеличении погрешности более 10% показатели эффективности Т-модели имеют тенденцию к ухудшению. Это определяется тем фактом, что для исследуемых ВР была задана предельная погрешность в данных в 10%, которая использована при построении Т-модели.

#### **Анализ сравнительной эффективности Т-модели**

В табл. 5.6 представлены результаты краткосрочного прогнозирования значений рассмотренных выше ВР, генерируемых нечеткими процессами с нечеткими приращениями, Т-моделью, а также нечеткими S- и D-моделями и ИНС-моделью. Эти результаты показывают, что в среднем Т-модель имеет существенное преимущество в точности (в 5–10 раз), демонстрирует устойчивые низкие значения погрешности (МАРЕ меньше 4%), хотя для некоторых классов нечетких процессов уступает моделям других подходов.

Важно отметить, что оценивание по шкале и переход от числового ВР к нечеткому временному ряду позволяет извлекать новые зависимости, которые принципиально не обнаруживаются в базовых статистических моделях. Это зависимости между качественными понятиями,

выраженными нечеткими множествами и нечеткими элементарными тенденциями.

Таблица 5.6. Точность прогнозирования модельных ВР на 1 интервал по критерию MAPE %. Внешние ошибки

ВР	D-модель	S-модель	ИНС-модель	T-модель
ВР1(S-процесс)	0	0	0	0
ВР4 (Т-процесс)	0,14	49,86	8,1	3,39
ВР5 (К-процесс)	14,63	13,96	0,01	2,97
ВР14 (D-процесс)	31,82	18,7	42,1	1,14
В среднем	11,6	20,6	16,8	1,9

### **5.1.2. Исследование и сравнительный анализ применимости Т-модели для моделирования ВР, построенных по базовым моделям стохастических процессов**

В рамках данного исследования построены 78 временных рядов по теоретическим моделям стохастических процессов (33% ВР длиной от 7 до 17 значений, 33% ВР длиной от 18 до 28 значений и 34% ВР длиной от 29 до 60 значений).

Результаты моделирования (прогнозирования по внутренним ошибкам) в сравнении Т-модели с базовыми нечеткими и нейросетевыми моделями представлены в табл. 5.7.

Анализ таблицы 5.7 показывает, что метод НЭТ хорошо моделирует нечеткие элементарные тенденции (в среднем  $T_{\text{tend}}=1,7\%$ ) и недостаточно точен при моделировании значений ВР  $MAPE_{\text{сред}}=34\%$ .

При этом метод НЭТ имеет лучшие показатели качества для нестационарных временных рядов, а также для временных рядов класса «очень короткие» (7–17 значений).



Качественная оценка точности моделирования значений исследуемых ВР показывает, что метод НЭТ имеет низкие и средние показатели качества по критерию MAPE для стационарных ВР и в основном высокие и средние (за исключением одного случая) для нестационарных ВР.

Таблица 5.7. Количественная оценка эффективности Т-моделей по классам стохастических процессов для ВР различной длины

Вид процесса	Класс процесса	Длина ВР	Моделирование TTend%	Моделирование MAPE %
Стационарные	AR	Очень короткие	0	15,4
Стационарные	AR	Короткие	0	43,3
Стационарные	AR	Средние	9,1	88,5
Стационарные	MA	Очень короткие	0	12,7
Стационарные	MA	Короткие	0	15
Стационарные	MA	Средние	1,86	66,7
Стационарные	ARMA	Очень короткие	0	15
Стационарные	ARMA	Короткие	0	22,9
Стационарные	ARMA	Средние	1,6	233
Нестационарные	DS	Очень короткие	8,3	3,5
Нестационарные	DS	Короткие	0	10,2
Нестационарные	DS	Средние	1,84	10,1
Нестационарные	TS	Очень короткие	0	1,1
Нестационарные	TS	Короткие	0	9,7
Нестационарные	TS	Средние	1,55	27,3
Нестационарные	ARIMA	Очень короткие	3	17,9
Нестационарные	ARIMA	Короткие	0,5	9,3
Нестационарные	ARIMA	Средние	3,1	10,8
В среднем			1,7	34

Проведенные исследования демонстрируют (табл. 5.8), что предложенные Т-модель и метод НЭТ применимы для моделирования нечетких элементарных тенденций как для нестационарных, так и для стационарных ВР небольшой длины. При моделировании значений ВР метод НЭТ можно рекомендовать для нестационарных ВР.

Таблица 5.8. Оценка эффективности Т-моделей в среднем по видам процессов

Вид процесса	ТTend%	MAPE %
Нестационарные	2,1	11,7
Стационарные	1,4	56,9

Анализ результатов вычислительного эксперимента по исследованию точности Т-модели нестационарных ВР класса ARIMA небольшой длины, проведенного по внутренним ошибкам, показывает, что предложенная модель имеет лучшие показатели точности значений при моделировании нестационарных ВР класса ARIMA(0,1,1) и ARIMA (0,2,2). При этом полученные усредненные результаты по показателю MAPE (табл. 5.9) приемлемы и сопоставимы с результатами сравниваемых нечетких моделей и ИНС-модели.

Таблица 5.9. Сравнение эффективности моделей ВР при моделировании процесса ARIMA

Модель	ТTend%	MAPE %
Т-модель	2,4	12,8
S-модель	15,6	12,4
D-модель	28,2	18,2
ИНС-модель	27,7	13,4

### 5.1.3. Исследование и сравнительный анализ применимости Т-модели для прогнозирования ВР, построенных по базовым моделям стохастических процессов

Исследование прогностических возможностей Т-модели проводилось на ВР, рассмотренных в предыдущем эксперименте, но оценивалась модель по внешним ошибкам. Так как для исследования использованы ВР небольшой длины, то внешние ошибки определялись по значениям, составляющим 10% длины ВР (табл. 5.10, рис. 5.1, 5.2).

Таблица 5.10. Оценка эффективности Т-моделей при прогнозе ВР по классам стохастических процессов различной длины

Вид процесса	Класс процесса	Длина ВР	Прогноз на 1 ТTend%	Прогноз на 10% ТTend%	Прогноз на 1 MAPE %	Прогноз на 10% MAPE %
Стационарные	АР	Очень короткие	16,6	16,7	21,1	15,4
Стационарные	АР	Короткие	0	8,3	107,8	18
Стационарные	АР	Средние	0	6	5,3	90,8
Стационарные	МА	Очень короткие	16,7	16,7	24,3	12,7
Стационарные	МА	Короткие	0	0	14,7	39,2
Стационарные	МА	Средние	0	25	16,7	165
Стационарные	АРМА	Очень короткие	0	0	5,9	5,9
Стационарные	АРМА	Короткие	0	0	5,2	25,3
Стационарные	АРМА	Средние	12,5	26,7	17,7	233
Нестационарные	DS	Очень короткие	0	0	1,1	3,5
Нестационарные	DS	Короткие	0	0	9	7,6
Нестационарные	DS	Средние	0	4,8	1,8	6,6
Нестационарные	TS	Очень короткие	16,7	16,7	10,7	1,1
Нестационарные	TS	Короткие	0	0	0	6,7
Нестационарные	TS	Средние	0	0	4,5	8,3
Нестационарные	ARIMA	Очень короткие	5,5	5,5	6,8	6,8
Нестационарные	ARIMA	Короткие	0	8,9	6,3	4,5
Нестационарные	ARIMA	Средние	1	11,1	5,6	9,5

Эффективность Т-модели и метода НЭТ показана для краткосрочного прогнозирования (табл. 5.11) модельных нестационарных числовых ВР: адекватность – высокая ( $d_a = 0,12$ ); точность прогноза НЭТ – приемлемая (Тtend=8,45%); точность прогноза значений ВР – приемлемая (MAPE=7,05%).

Установлено, что точность прогноза стационарных ВР уступает точности прогноза для нестационарных ВР: нечетких тенденций в 2 раза, а числовых значений в 4 раза.

Сравнение предложенной Т-модели с базовыми аналогами в нечетком и нейросетевом подходе по классам нестационарных процессов приведено в табл. 5.12–5.15.

Таблица 5. 11. Показатели эффективности Т-модели при прогнозировании ВР по видам стохастических процессов

Модели	Прогноз НЭТ на 1 интервал ТTend%	Прогноз НЭТ на 10% ТTend%	Прогноз значений ВР на 1 интервал MAPE %	Прогноз значений ВР на 10% MAPE %
Нестационарные	2,2	8,45	6,3	7,05
Стационарные	5,1	11,0	24,3	67,2

Таблица 5.12. Сравнение результативности моделей ВР процесса ARIMA(1,1,1) при прогнозировании

Модель	Класс процесса	Прогноз на 1	Прогноз на 10%	Прогноз на 1	Прогноз на 10%
		ТTend%	ТTend%	MAPE %	MAPE %
Т-модель	ARIMA(1,1,1)	5,5	10,5	7,2	10,8
S-модель	ARIMA(1,1,1)	44,4	40	30,6	33,2
D-модель	ARIMA(1,1,1)	22,2	19,4	14,2	16
НС-модель	ARIMA(1,1,1)	11,1	27,8	27,1	32,1

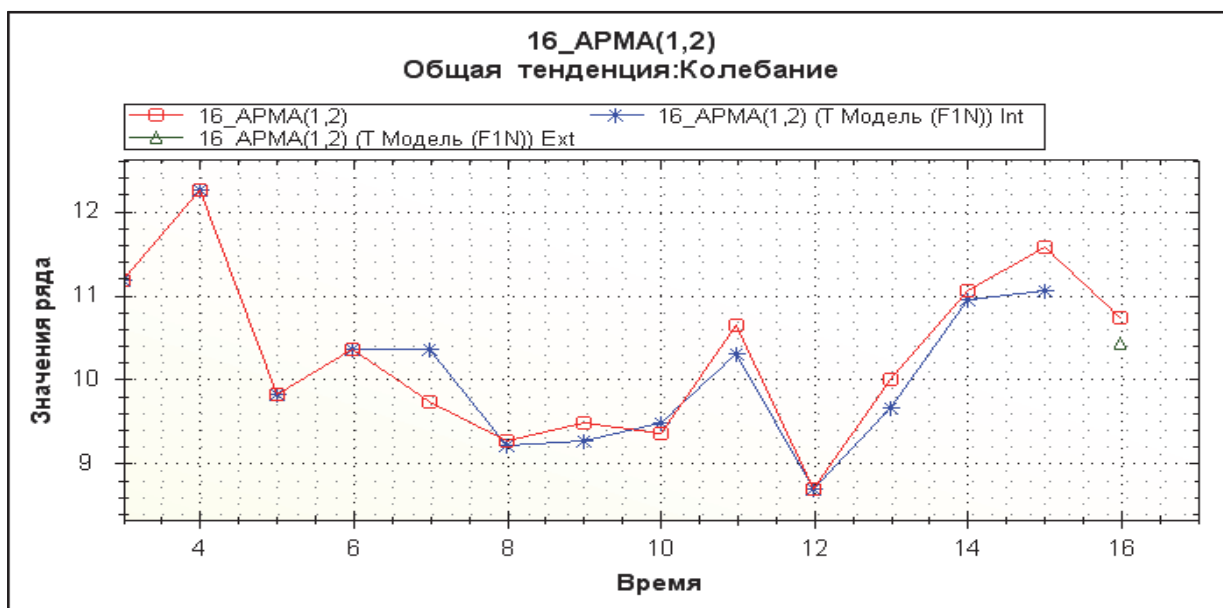


Рисунок 5.1. Пример краткосрочного прогнозирования (на 10%) Т-моделью ВР, построенного по модели стационарного процесса АРМА (1,2):  $СКО_{внутр} = 0.32$ ,  $СКО_{внеш} = 0.31$ ,  $МАРЕ_{внутр} = 2,5\%$ ;  $МАРЕ_{внеш} = 2,9\%$ ;  $Ttend_{внутр} = 0\%$ ;  $Ttend_{внеш} = 0\%$

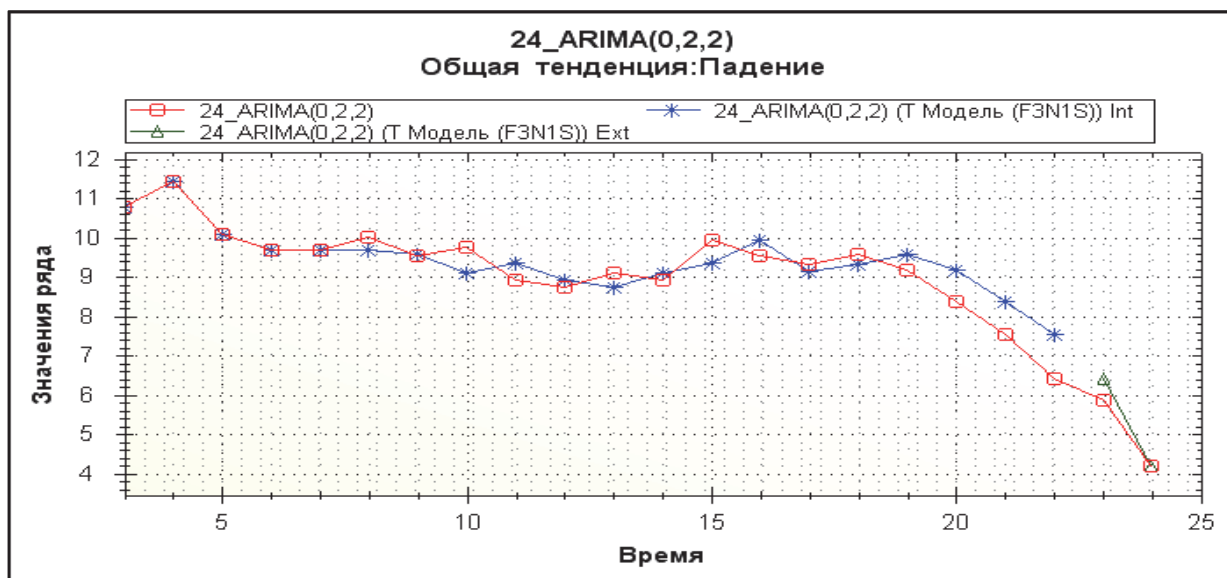


Рисунок 5.2. Пример краткосрочного прогнозирования (на 10%) Т-моделью ВР, построенного по модели нестационарного процесса АРИМА (0,2,2):  $СКО_{внутр} = 0,52$ ;  $СКО_{внеш} = 0,39$ ;  $МАРЕ_{внутр} = 5,0\%$ ;  $МАРЕ_{внеш} = 4,76\%$ ;  $Ttend_{внутр} = 6,5\%$ ;  $Ttend_{внеш} = 0\%$

Таблица 5.13. Сравнение результативности моделей ВР процесса ARIMA(0,1,1)  
при прогнозировании

Модель	Класс процесса	Прогноз на 1	Прогноз на 10%	Прогноз на 1	Прогноз на 10%
		TTend%	TTend%	MAPE %	MAPE %
Т-модель	ARIMA(0,1,1)	1,12	8,75	4,79	7,45
S-модель	ARIMA(0,1,1)	18,75	35,62	7,33	23,52
D-модель	ARIMA(0,1,1)	43,75	56,25	7,79	12,96
НС-модель	ARIMA(0,1,1)	25	31,87	8,22	65,13

Таблица 5.14. Сравнение результативности моделей ВР процесса ARIMA(0,2,2)  
при прогнозировании

Модель	Класс процесса	Прогноз на 1	Прогноз на 10%	Прогноз на 1	Прогноз на 10%
		TTend%	TTend%	MAPE %	MAPE %
Т-модель	ARIMA(0,2,2)	0	6,1	6,9	2,9
S-модель	ARIMA(0,2,2)	43,9	6,8	19,7	44,4
D-модель	ARIMA(0,2,2)	38,9	38,9	10,3	10,5
НС-модель	ARIMA(0,2,2)	27,8	23,3	7,7	12,3

Таблица 5.15. Сравнение результативности моделей ВР процессов ARIMA  
при прогнозировании

Модель	Класс процесса	Прогноз на 1	Прогноз на 10%	Прогноз на 1	Прогноз на 10%
		TTend%	TTend%	MAPE %	MAPE %
Т-модель	ARIMA	2,2	8,45	6,3	7,05
S-модель	ARIMA	35,68	27,47	19,21	33,7
D-модель	ARIMA	34,95	38,18	10,76	13,15
НС-модель	ARIMA	21,3	27,66	14,34	36,51

Экспериментальные исследования предложенных Т-моделей ВР показывают, что они демонстрируют приемлемые показатели точности в задачах краткосрочного прогноза нестационарных ВР класса ARIMA небольшой длины, при этом лучшие – для ВР, построенных по теоретическим моделям ARIMA (0,2,2).

Разработанные Т-модель и метод НЭТ на информационной базе в 78 ВР, построенных по моделям стохастических процессов, демонстрируют значимое преимущество в точности прогнозирования НЭТ (более, чем в 3 раза) и значений коротких нестационарных ВР по сравнению с базовыми методами нечеткого (в 1,9–4,8 раза) и нейросетевого (в 5 раз) подходов. Важным отличием предложенной Т-модели является эффективное прогнозирование лингвистически выраженных компонент нечетких тенденций, что повышает информативность анализа ВР.

## **5.2. Применение и сравнительный анализ эффективности Т-модели и метода НЭТ при прогнозировании ВР «Алабама».**

### **Бенчмаркинг**

Тестирование авторских Т-моделей и метода НЭТ проводилось на временном ряду «Алабама», содержащем данные за 22 года, начиная с 1971 года о поступающих абитуриентах в университет штата Алабама (данные взяты из работы [Song, 1993]). ВР «Алабама» относится к ВР, обладающим высокой степенью неопределенности вследствие небольшой длины, нестационарности поведения, нечеткости тенденций и неточности значений, он стал уже, де-факто, стандартом (бенчмаркой) для тестирования моделей и методов, связанных с нечетким моделированием и прогнозированием. В таблице 5.20 приводятся сравнительные результаты тестирования моделей разных подходов для краткосрочного прогноза ВР «Алабама» по внешним ошибкам (на 5%), мощность ACL-шкалы равна

19 для всех нечетких моделей. Определены оптимальные нечеткие S-модель (Song&Chissom,1994), D-модель (Sah&Degtyarev, 2004), HC-модель (трехслойная ИНС с обратным распространением ошибки), метод Брауна экспоненциального сглаживания.

Автору неизвестны аналогичные исследования прогнозирования ВР «Алабама», так как в доступных научных источниках приводятся сравнения моделей и методов по внутренним ошибкам. Это не является гарантией, что вне выборки модели будут также адекватны и точны. Анализ таблицы 5.16 показывает, что авторская Т-модель (рис. 5.3) по сравнению с известными базовыми нечеткими моделями при краткосрочном прогнозе ВР «Алабама» демонстрирует лучшие результаты при прогнозировании значений ВР по критерию MAPE (более чем в два раза), а также при прогнозировании НЭТ [Perfilieva, Afanaseva, 2010a,b,c].

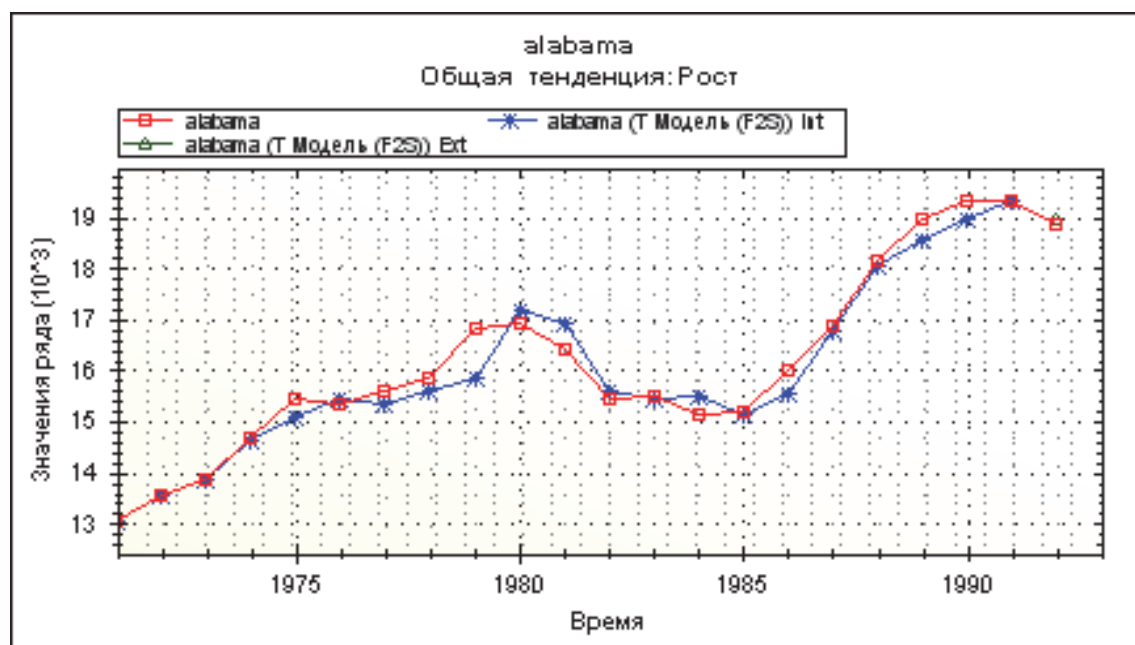


Рисунок 5.3. Прогноз на 5% Т-моделью F2S(2) + алгоритм отбора правил.

СКО=68, MAPE=0.36%, Ttend=0%



Таблица 5.16. Сравнение моделей для прогноза ВР «Алабама» на 1 интервал

Модель(ее параметр)	MAPE%	TTend%
Предложенная T-модель: F2S(2) + алгоритм отбора правил	0,4	0
НС- модель(3)	0,6	0
Нечеткая модель [Jilani&Bruneу,2007]	1,0	-
Нечеткая модель [Chen, 2002, Huarng,2006]	1,5	-
ARIMA (0,1,1)(0,1,2)	2,1	-
S-модель(1), [Song&Chissom, 1994]	2,4	50
Метод Брауна (0.3)	4,2	-
D-модель(1), [Hwang, 1998, Sah&Degtyarev, 2004]	5,8	100

### **5.3. Применение структурно-лингвистического подхода**

#### **для моделирования и прогнозирования объема**

#### **телекоммуникационного трафика ВС и его нечетких тенденций**

Развитие вычислительных сетей (ВС) разного уровня (от локальных до глобальных сетей передачи данных) в последнее десятилетие вызвало рост интеграции сетей передачи данных с производственными процессами (коммерческой деятельностью). Работа предприятий все более зависит от качества обслуживания в ВС. Выполнение данной задачи невозможно без анализа и прогнозирования развития ВС. Это требует моделирования вычислительных сетей как на этапе проектирования, так и существующей системы.

Актуальность обозначенной проблемы обусловлена и усложнением архитектуры вычислительных сетей, взаимодействием нескольких разнородных сетей при проведении регулярных испытаний. Так, тестирование производительности сетей сводится к измерению параметров качества обслуживания QoS (Quality of Service) или производительности NP (Network Performance) при различных значениях параметров поступающей нагрузки трафика сети.

Одной из задач моделирования является анализ пропускной способности вычислительной сети (трафик, нагрузка, задержка и т. д.).

В этом случае узлы сети выступают в роли генераторов и обработчиков трафика. Если для коммутирующего оборудования существует достаточно много библиотек, позволяющих выполнять имитационное моделирование, то для узлов-пользователей необходимо реализовывать модели в каждом конкретном случае моделирования.

Указанные параметры ВС образуют временные ряды, значения которых для конечных пользователей-экспертов удобно интерпретировать в терминах экспертных оценок динамики изменения производительности: рост, падение, простой, скачок и т. д. Периодический или постоянный мониторинг объема трафика и протоколов является одной из самых важных задач эксплуатационной поддержки сетей, так как он обеспечивает выявление ошибок, не обнаруженных на этапах тестирования, обнаружение несанкционированного доступа к ресурсам со стороны отдельных абонентов, позволяет оптимизировать конфигурацию сети, перераспределить нагрузку между ее ресурсами и обеспечить планирование развития сети.

Динамика временных рядов трафиков вычислительных сетей зависит от временных интервалов наблюдения и может характеризоваться высокой степенью неопределенности, обусловленной неоднородностью поведения в виде комбинации нестационарного и стационарного поведения. Нестационарное поведение таких ВР также неоднородно. Это создает определенные трудности в подборе статистических и нейросетевых моделей.

С другой стороны, аналитическая форма идентифицированной зависимости требует непростого процесса качественной интерпретации в терминах, понятных администраторам сетей или экспертным системам.

Для специалиста эксперта значения ВР имеют дополнительную характеристику в виде экспертной оценки. Поэтому на практике оценка

эффективности функционирования сетей чаще осуществляется экспертно на основе правил, оперирующих качественными понятиями «повышение», «снижение», «ниже критического уровня», «выше критического уровня», «скачок» и др.

Использование методологии структурно-лингвистического подхода, позволило сгенерировать экспертные оценки в процессе построения моделей и получить уже готовые лингвистические интерпретации результатов об ожидаемых краткосрочных тенденциях, а также характеристику основной тенденции для заданного участка трафика ВС [Ярушкина и др., 2007, Yaruskhina, 2009].

Применением метода НЭТ получены новые модели изменения объема телекоммуникационного трафика (4 реальных ВР трафика ВС), для каждого из которых решались задачи прогноза значений и НЭТ на тестовых интервалах от 2% до 20% длины [Афанасьева и др., 2011e].

Интерес представляет исследование вопроса количественной оценки эффективности Т-модели и метода НЭТ структурно-лингвистического подхода при решении задач краткосрочного прогнозирования ВР трафика ВС по сравнению с нечеткими и нейростевыми моделями. Результаты, полученные в разработанном программном комплексе FuzzyTend, представлены в табл. 5.17.

Анализ применения Т-модели и метода НЭТ структурно-лингвистического подхода к задачам краткосрочного прогнозирования трафиков ВС установил, что все идентифицированные Т-модели адекватны.

Результаты тестирования трех нечетких моделей и одной нейросетевой модели, представленные в таблице 5.17, при решении 15 задач краткосрочного прогнозирования трафиков ВС свидетельствуют о полезности и перспективности применения для этих целей Т-модели и

метода НЭТ [Ярушкина и др., 2008; Афанасьева и др., 2010б; Афанасьева и др., 2011д] .

Таблица 5.17. Результаты показателей качества моделей при краткосрочном прогнозировании объема и тенденций трафиков ВС

BP (интервал)	N-модель			D-модель			S-модель			T-модель		
	MAPE%	Ttend%	d <sub>a</sub>	MAPE%	Ttend%	d <sub>a</sub>	MAPE%	Ttend%	d <sub>a</sub>	MAPE%	Ttend%	d <sub>a</sub>
Port14(5%)	2,6	0	0	49,8	99	1	14,7	0	1	2,5	0	0
Port14(10%)	9,8	0	0,5	12,7	25	0,5	13,8	25	0,5	6,6	0	0
Port 14 (20%)	9,8	0	0,2	30	30	1	14,3	30	0,4	4,17	0	0
Port 1_4 (2%)	2,1	0	0	38	50	1	25,8	99	0	8,7	0	0
Port 1_4 (5%)	10	0	0	19,4	50	0,5	20,9	50	0,5	15	0	0
Port 1_4 (10%)	13	50	0,2	50,6	60	0,8	15,2	30	0,2	8,8	0	0
Port 1_4 (20%)	16	41	0,2	43,5	36	0,6	14,4	45	0,3	10,9	9	0,09
F-загрузка (2%)	121	10	0	151	0	0	234	10	0	25,8	0	0
F-загрузка (5%)	154	5	0	417	33	0,5	123	5	0	41	10	0
F-загрузка (10%)	58,9	13	0	315	10	0,3	76,9	13	0	43	0	0
F-загрузка (20%)	73	9,2	0	2677	50	0,9	102	9,2	0	87	9	0,03
Загрузка (2%)	625	0	0	3220	50	1	501	20	0	91,8	0	0
Загрузка (5%)	215	45	0	4121	30	1	158	20	0	147	15	0
Загрузка (10%)	362	24	0	5076	45	0,9	125	18	0,1	83,7	18	0
Загрузка (20%)	440	18	0	9204	27	1	422	29	0,3	62	17	0,02
В среднем	140,9	14,3	0,07	1695	39,8	0,74	124,1	27	0,22	42,53	5,24	0,009

На основании проведенных экспериментов можно сделать конкретные выводы.

1. Нечеткие T-модели предложенного структурно-лингвистического подхода демонстрируют стабильное преимущество по сравнению со

сравниваемыми базовыми нечеткими S-и D-моделями и одной нейросетевой модели. Это подтверждается тем, что T-модели:

- а) адекватны при решении всех задач (100%) и степень адекватности по критерию  $d_a$  значительно превосходит нечеткие S- и D-модели, в среднем несколько лучше N-моделей;
- б) превосходят нечеткие S- и D-модели по точности прогнозирования значений ВР во всех задачах (100%), в среднем более чем в 2,5 раза;
- в) превосходят или не уступают нечетким S- и D-моделям по точности прогнозирования нечетких тенденций ВР во всех задачах(100%), в среднем лучше по показателю  $T_{tend}$  более чем в пять раз;
- г) превосходят в 80% задач нейросетевые модели по точности прогнозирования значений ВР, в среднем более чем в три раза; по точности прогнозирования нечетких тенденций ВР более чем в два раза;
- е) уступают в 20% (в трех задачах) по точности прогнозирования значений ВР в 1,3 раза нейросетевым моделям .

2. Нейросетевые модели неадекватны при решении одной задачи (6%).

3. Нечеткие D-модели в 94% задач неадекватны (в 14 из 15 задач), значительно уступают по точности прогноза значений и тенденций ВР авторским T-моделям (более чем в 10 и в шесть раз соответственно).

4. Нечеткие S-модели в 47% задач неадекватны (в 7 из 15 задач), значительно уступают по точности прогноза значений и тенденций ВР авторским T-моделям (более чем в 2,5 и в пять раз соответственно).

Полученные результаты свидетельствуют о конкурентоспособности метода НЭТ структурно-лингвистического подхода по сравнению с базовыми известными аналогами нечеткого и нейросетевого моделирования. Примеры представлены на рис. 5.4.

При краткосрочном прогнозировании ВР телекоммуникационного трафика длиной 190 значений показан потенциал нечетких моделей

(S-модель – MAPE=67,8%; T-модель – MAPE=83,7%) по сравнению с результатами применения стохастической модели ARIMA(1,0,1) – MAPE=190,7%.

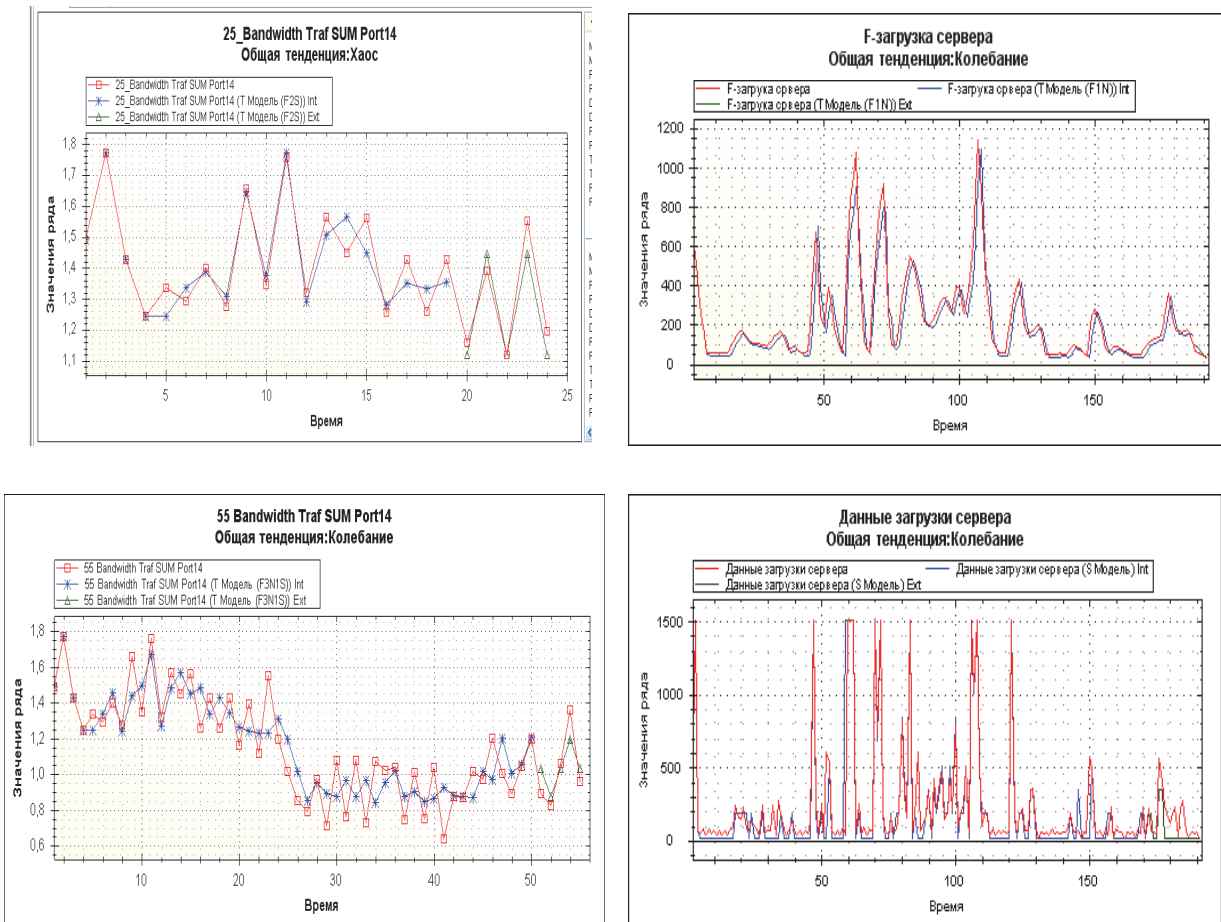


Рисунок 5.4. Примеры применения Т-модели для краткосрочного прогнозирования трафиков ВС

Приведенные результаты показывают, что метод НЭТ структурно-лингвистического подхода может быть рекомендован для решения задачи прогнозирования трафика ВС.

#### **5.4. Применение структурно-лингвистического подхода для моделирования и прогнозирования технико-экономических показателей**

Анализ деятельности любого предприятия основывается на исследовании и оценке значений и динамики технико-экономических показателей, которые формируются по данным бухгалтерской отчетности.

Важнейшими показателями, характеризующими деятельность предприятия, считаются, в первую очередь, финансовые показатели. Действительно, именно финансовое состояние предприятия определяет его конкурентоспособность, потенциал в деловом сотрудничестве, позволяет оценить степень гарантирования экономических интересов как самого предприятия, так и партнеров по финансовым и коммерческим отношениям.

**Эксперимент 1.** Двенадцать реальных временных рядов небольшой длины технико-экономических показателей отдельной организации использовались для сравнения предложенной Т-модели и метода НЭТ с оптимальными статистическими моделями, построенными управляющим алгоритмом в ППП ForecastPro<sup>©</sup> на основе метода комплексирования моделей, включающих трендовые, стохастические ARIMA-модели и ЕМА-модели класса экспоненциально взвешенного скользящего среднего (методы Брауна, Хольта, Винтерса).

Для применения метода НЭТ структурно-лингвистического подхода было решено предварительно провести сглаживание ВР методом F-преобразования [Перфильева, 2003]. Это позволило прогнозировать не отдельные нечеткие элементарные тенденции, а их совокупность в виде нечеткой локальной тенденции.

Результаты, представленные в табл. 5.18, показывают, что предложенная Т-модель для исследуемых ВР технико-экономических

показателей в среднем генерирует более точный прогноз не только по сравнению с базовыми нечеткими и нейросетевыми моделями, но и по сравнению с наилучшими моделями, выбранными управляющим алгоритмом в ППП ForecastPro<sup>©</sup>.

Таблица 5.18. Результаты ППП ForecastPro<sup>©</sup> при прогнозе коротких нестационарных ВР на 6 интервалов в сравнении с Т-, S- и D-моделями и нейросетевой моделью

Среднее	Модели ППП ForecastPro <sup>©</sup>	Предложенная Т-модель	S-модель	D-модель	НС-модель
MAPE%	83,1	45,9	103,8	158	63,5

**Эксперимент 2.** Двадцать реальных технико-экономических временных рядов небольшой длины использовались для сравнения моделей НЭТ со статистическими моделями типа ARIMA в ППП STATISTICA. 35% ВР имели недостаточное количество значений для построения модели класса ARIMA, поэтому временные ряды были разделены на две группы: сравнение с моделями ARIMA проводилось для 65% ВР. Полученные показатели точности прогнозирования базовых моделей различных подходов приведены в табл. 5.19.

Таблица 5.19. Сравнение моделей при краткосрочном прогнозе экономических ВР небольшой длины по критерию MAPE%

Модели	ARIMA- модель	Т-модель	S-модель	D-модель	НС-модель
Среднее по 65% ВР	25,35	6,16	16,3	18,4	16,2
Среднее по 100% ВР	-	11,34	23,58	34,4	30,74

Пример применения Т-модели для краткосрочного прогнозирования технико-экономических временных рядов, представленный на рис. 5.5, демонстрирует соответствие поведения модели поведению исследуемого ВР.



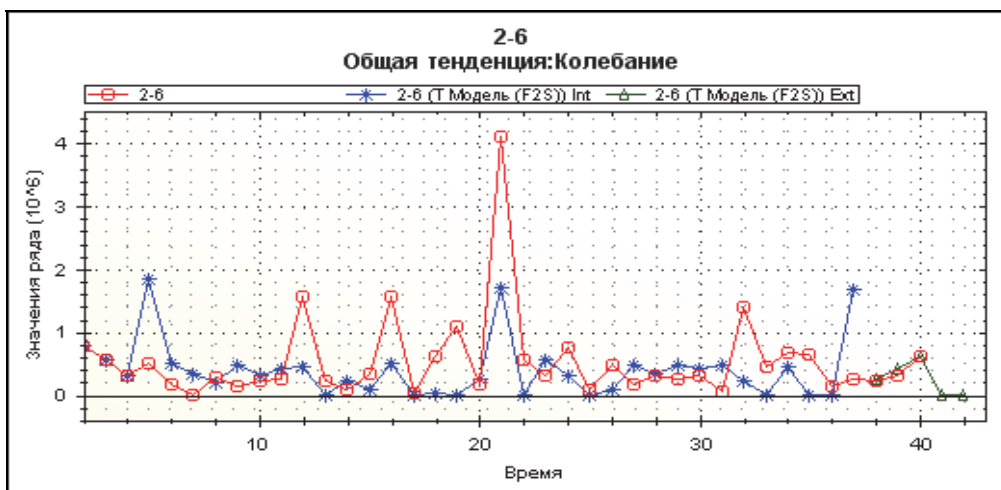


Рисунок 5.5. Применение Т-модели F2S(6,2,3) для прогнозирования ВР 2\_6 технико-экономического показателя:  $MAPE_{\text{внеш}}=18,66\%$

**Эксперимент 3.** Сравнение точности Т-модели по сравнению с зарубежными нечеткими моделями при прогнозировании ВР Тайваньского индекса экономического развития TAIIFEX в период с 03.08.1998 по 30.09.1998. Бенчмарка [Jilani, 2007].

На рис. 5.6 представлен пример применения Т-модели к прогнозированию данного ВР. В табл. 5.20 приведены показатели точности Т-модели, которые сравнимы с зарубежными аналогами в области нечеткого моделирования.

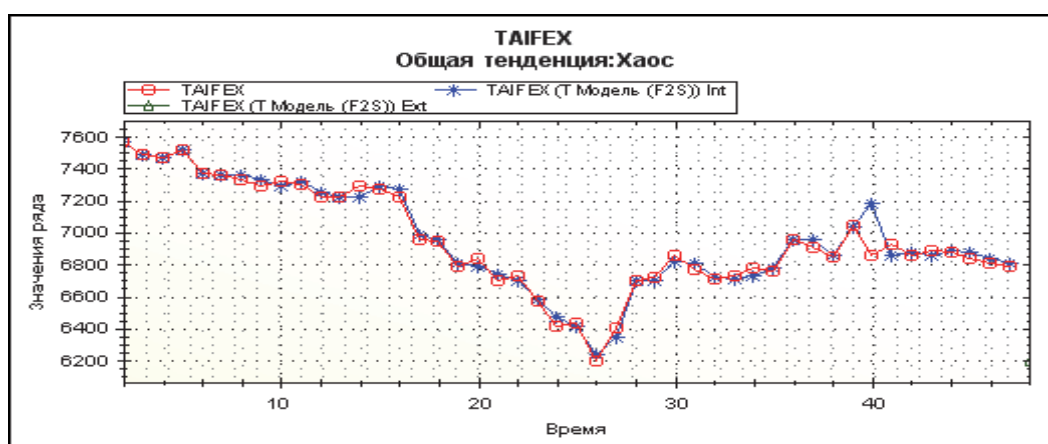


Рисунок 5.6. Применение Т-модели к прогнозу экономического индекса

Таблица 5.20. Сравнение точности моделей при прогнозировании ВР ТАИФЕХ

Модели	Chen	Huarng (2001a)	Huarng (2001b)	Lee и др.	K-based	T-модель
СКО	98,3308	88,6369	73,7399	36,94	61,13	32
МАРЕ	1,05%	1,03%	0,89%	0,82%	0,72%	0,36%

Таким образом, исследования применимости метода НЭТ структурно-лингвистического подхода для краткосрочного прогнозирования технико-экономических временных рядов показали его результативность и конкурентоспособность по сравнению с базовыми аналогами нечеткого и нейросетевого подходов Time Series Data Mining.

### **Выводы**

В настоящем разделе описаны впервые проведенное экспериментальное исследование эффективности интеллектуальных методов Time Series Data Mining (на основе нечетких и нейросетевых моделей) на информационной базе искусственных и реальных ВР.

На использованной информационной базе вычислительного эксперимента временных рядов результаты моделирования и краткосрочного прогнозирования показывают полезность, конкурентоспособность, преимущество и потенциал разработанных T-моделей и метода НЭТ по сравнению с базовыми нечеткими, стохастическими и нейросетевыми моделями.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основная цель монографии – изложение нового подхода, направленного на развитие методов моделирования и анализа ВР, обладающих высокой степенью неопределенности, выражающейся в малой длине и нестационарном характере поведения, с целью повышения информативности и точности при их прогнозировании.

Следует отметить следующие ограничения и перспективы предложенного подхода. Ограничения методологии структурно-лингвистического подхода связаны с ориентацией на временные ряды, обладающие высокой степенью неопределенности. Так методы структурно-лингвистического подхода показали неэффективность при прогнозировании длинных ВР, стационарных ВР, не предусматривают анализ сезонности и анализ многомерных ВР.

Перспективы предложенного подхода связаны с повышением точности и горизонта прогнозирования ВР, интеграции с методами других подходов и расширения спектра решения новых задач анализа временных рядов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. [Alizadeh, 2009] Alizadeh, M. Forecasting Exchange Rates. A Neuro-Fuzzy Approach / M. Alizadeh // *IFSA-EUSFLAT 2009*.
2. [Bardossy, 1990] Bardossy, A. Note on fuzzy regression / A Bardossy // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1990. – № 37. – P. 65–75.
3. [Batyrrshin, 2004] Batyrrshin, I. Construction of granular derivatives and solution of granular initial value problem / I. Batyrrshin // *Fuzzy Partial Differential Equations and Relational Equations. Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Vol. 142, Springer-Verlag. – 2004. – P. 285–307.
4. [Bisserier, 2009] Bisserier, Amory. An Interval Approach for Fuzzy Linear Regression with Imprecise Data / Amory Bisserier, Reda Boukezzoula, Sylvie Galichet // *IFSA-EUSFLAT 2009*.
5. [Bothe, 1997] Bothe, H.-H. Fuzzy Neural Network / H.-H. Bothe. – Prague : IFSA, 1997.
6. [Celmiņš, 1987] Celmiņš, A. Least squares model fitting to fuzzy vector data / A. Celmiņš, // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1987. – № 22(3). – P. 245–269.
7. [Chen, 1996] Chen, S. M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series / S.M. Chen // *Fuzzy Sets and Systems*. – № 81 (1996). – P. 311–319.
8. [Chen, 2006] Chen, S. M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series/ S.M. Chen // *Cybernetics and Systems: An International Journal*. – № 33 (2006) . – P. 1–16.
9. [Chen, 2004] Chen, S. M. A new method to forecast enrollments using fuzzy time series/ S.M. Chen // *International Journal of Applied Sciences and Engineering*. – № 2 (3) (2004) . – P. 234–244.
10. [Diamond, 1988] Diamond, P. Fuzzy least squares / P. Diamond // *Information Sciences*. – 1988. – № 46(3). – P. 141–157.

11. [D'Urso, 2003] D'Urso, P. Linear regression analysis for fuzzy/crisp input and fuzzy/crisp output data / P. D'Urso // Computational Statistics & Data Analysis. – 2003. – № 42 (1-2). – P. 47–72.
12. [Hamilton, 1994] Hamilton, J.D. Time Series Analysis / Princeton University Press. – 1994. – 296 p.
13. [Hojati, 2005] Hojati M. A simple method for computation of fuzzy linear regression / M. Hojati, C. R. Bector, K. Smimou // European Journal of Operational Research. – 2005. – №166. – P. 172–184.
14. [Huarng, 2001] Huarng, K. Effective lengths of intervals to improve forecasting in fuzzy time series / K. Huarng // Fuzzy Sets and Systems, 2001. – № 123. – P. 387–394.
15. [Jilani, 2007] Jilani, Tahseen Ahmed. Fuzzy Metric Approach for Fuzzy Time Series Forecasting based on Frequency Density Based Partitioning / Tahseen Ahmed Jilani, Syed Muhammad Aqil Burney, Cemal Ardil. // Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 23, 2007.
16. [Kacprzyk, 2009] Kacprzyk, J. Using Fuzzy Linguistic summaries for the comparison of time series / J. Kacprzyk, A. Wilbik // 2009 International Fuzzy Systems Association World Congress and 2009 European Society for Fuzzy Logic and Technology Conference (IFSA-EUSFLAT 2009).
17. [Khashei, 2008] Khashei, M. Improvement of Auto-Regressive Integrated Moving Average models using Fuzzy logic and Artificial Neural Networks / M. Khashei, M. Bijari, G. Rassi Ardali // Neurocomputing, 2008.
18. [Kuo, 2001] Kuo, R. J. A sales forecasting system based on fuzzy neural network with initial weights generated by genetic algorithm / R. J. Kuo // European Journal of Operational Research Volume 129, Issue 3, 16 March 2001, P. 496–517.

19. [Nelson, 1982] Nelson C. R. and Plosser C. I. Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implication / Journal of Monetary Economics. – 1982. – Vol. 10. – P. 139-162.

20. [Nelson, 1984] Nelson C.R. and Kang H. Pitfalls in the Use of Time as an Explanatory Variable in Regression // Journal of Business and Economic Statistics. – 1984. Vol. 2. – P. 73-82.

21. [Sabic, 1991] Sabic, D.A. Evaluation on fuzzy linear regression models / D. A. Sabic, W. Pedrycz // Fuzzy Sets and Systems. – 1991 – №23. – P. 51-63.

22. [Own, 2005] Own, C. M. Forecasting fuzzy time series on a heuristic high-order model / C. M. Own, P. T. Yu // Cybernetics and Systems: An International Journal. – №36 (2005). – P. 705-717.

23. [Perfilieva, 2006] Perfilieva, I. Fuzzy transforms: Theory and applications / I. Perfilieva // Fuzzy Sets and Systems – 2006.– № 157.

24. [Perfilieva, 2010a] Perfilieva, I. Relaxed Discrete F-Transform and its Application to the Time Series Analysis / I. Perfilieva, N. Yarushkina, T. Afanaseva // Da Ruanetal (Eds.): Computational Intelligence. Foundations and Applications (Proc.of the 9th Int. FLINS Conf.), p. 249 – 255, World Scientific, Emei, Chengdu,China, 2-4 August, 2010.

25. [Perfilieva, 2010b] Perfilieva, I. Time Series Analysis by Discrete F-Transform / I. Perfilieva, N. Yarushkina, T. Afanasieva // WCCI-2010 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence, Barcelona, Spain, 18-23 июля, 2010.

26. [Perfilieva, 2010c] SOFT COMPUTING TOOLS FOR TIME SERIES ANALYSIS AND FORECAST/I. Perfilieva, N. Yarushkina, T. Afanasieva, A. Igonin, A. Romanov, V. Shishkina PROCEEDINGS of the 9th Int. Conf. on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing (ICAFS 2010) Eds. R. A. Aliev, K. W. Bonfig, M. Jamshidi, W. Pedrycz, I.B. Turksen, Prague, August 26-27, 2010, VERLAG b- Quadrat Verlag, p. 50–60.

27. [Şah, 2004] Şah, M. Forecasting Enrollment Model Based on First-Order Fuzzy Time Series / M. Şah, K. Y. Degtiarev // Proc. Int. Conf. Computational Intelligence (ICCI) (2004) . – P. 375–378.
28. [Song, 2003] Song, Q. A note on fuzzy time series model relation with sample autocorrelation functions/ Q. Song // Cybernetics and Systems: An International Journal. – № 34 (2003) . – P. 93–107.
29. [Song, 1993a] Song, Q. Fuzzy time series and its models / Q. Song, B. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – № 54 (1993). – P. 269–277.
30. [Song, 1993,б] Song, Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – Part I / Q. Song, B. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – № 54 (1993). – P. 1–9.
31. [Takens, 1981] Takens, T. Detecting strang attractors in turbulence / T. Takens // Lec. Notes in Math., 1981.
32. [Tanaka, 1982] Tanaka, H. Linear regression analysis with fuzzy model / H. Tanaka, S. Uejima, K. Asai // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. – 1982. – № 12(6). – P. 903–907.
33. [Tsaur, 2005] Tsaur, R. C. Fuzzy relation analysis in fuzzy time series model / R. C. Tsaur, J. C. O. Yang, H. F. Wang // Computer and Mathematics with Applications.– №49 (2005) . – P. 539–548.
34. [Tsenga, 2001] Tsenga, F. M. Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market / F. M. Tsenga, G. H. Tzengb, H. C. Hsiao-Cheng Yua // Fuzzy Sets and Systems. – 2001. – №118.
35. {Wold, 1038] Wold H. A Study in the Analysis of Stationary Time Series. – Stockholm: Almqvist and Wiksel. – 1938.
36. [Yarushkina, 2009] N.G. Yarushkina, T.R.Unusov, T.V.Afanasieva Fuzzy Tendency-based Time Series Model for Forecasting Server Traffic// Proceeding of 13th IFSA World Congress and the 6th Conference of EUSFLAT, July, 2009, Lisbon, Portugal.

37. [Yarushkina, 2010] Yarushkina, N. Fuzzy Tend Program / N. Yarushkina, T. Afanasieva / Proc. Seoul International Inventory Fair, Seoul, Korea, 2010 (SIIF 2010). – 266 p.

38. [Yu, 2008] Yu, T. A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX / T. Yu, K. Huarng // Expert systems with Applications. – 2008. – Vol. 34, Issue 4.

39. [Zadeh, 1965] Zadeh, A. Lotfi. Fuzzy Sets / Lotfi A. Zadeh // Information and Control. – 1965.

40. [Zadeh, 2001] Zadeh, Lotfi A. Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic. / Lotfi A. Zadeh // Fuzzy Sets and Systems, Vol. 90. – 1997. – P. 111–127.

41. [Zadeh, 2006] Zadeh, Lotfi A. Generalized theory of uncertainty (GTU) – principal concepts and ideas / Lotfi A. Zadeh // Computational statistic & Data analysis. – 2006. – № 51. – P. 15–46.

42. [Абрахин, 2008а] Абрахин, С. И. Прогнозирование распространения лесных пожаров с применением теории нечетких множеств / С. И. Абрахин // Нечеткие системы и мягкие вычисления (НСМВ-2008): сборник научных трудов второй Всероссийской научной конференции с международным участием (г. Ульяновск, 27-29 октября, 2008 г.). – Т 2. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 3–9.

43. [Абрахин, 2008б] Абрахин, С. И. Моделирование последствий прорыва плотины на реке с использованием теории нечетких множеств / С. И. Абрахин // Нечеткие системы и мягкие вычисления (НСМВ-2008) : сборник научных трудов второй Всероссийской научной конференции с международным участием (г. Ульяновск, 27-29 октября, 2008 г.). – Т. 2. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 9–23.

44. [Аверкин и др., 2008] Аверкин, А. Н. Многокритериальный анализ нечетких объектов с кластеризацией экспертных оценок / А. Н. Аверкин,



О. В. Костюченко, Н. В. Титова // Одиннадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2008 (28 сентября - 3 октября, 2008 г., г.Дубна, Россия) : Труды конференции. – Т.1. – М. : ЛЕНАНД, 2008. – С. 269–280.

45. [Айвазян и др., 1998] Айвазян, С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М. : ЮНИТИ, 1998. – 1024 с.

46. [Алиев и др., 1990] Алиев, Р. А. Нечеткие модели управления динамическими системами / Р. А. Алиев, Э. Г. Захарова, С. В. Ульянов // Итоги науки и техники. Сер. Техн. кибернетика. – Т. 29. – М. : ВИНТИ АН СССР, 1990. – С. 127–201.

47. [Андерсон, 1976] Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М. : Мир, 1976. – 757 с.

48. [Афанасьев и др., 2001а] Афанасьев, А.Н. Использование нейросетевого подхода при автоматизированном проектировании средств вычислительной техники / А.Н. Афанасьев, Н.Н. Войт, Т.В. Афанасьева// Автоматизация и современные технологии. – 2008. – №1. – С. 21–24.

49. [Афанасьева, 2008] Афанасьева, Т. В. Структурно-лингвистический подход в анализе нечетких временных рядов / Т. В. Афанасьева // Программные продукты и системы. – 2008. – № 4(84). – С. 61–65.

50. [Афанасьева, 2008а] Афанасьева, Т. В. Модель ACL-шкалы для генерации лингвистических оценок в принятии решений / Т. В. Афанасьева // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. Т.2. Серия «Технические науки» – 2008. – № 4(14). – С. 91–97.

51. [Афанасьева, 2008в] Афанасьева, Т. В. Нечеткие временные ряды в системах управления сложными процессами / Т. В. Афанасьева //

Информационные технологии : межвузовский сборник научных трудов. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 37–39.

52. [Афанасьева, 2008б] Афанасьева, Т. В. FT-преобразование нечетких временных рядов / Т. В. Афанасьева // Нечеткие системы и мягкие вычисления (НСМВ-2008): сборник научных трудов второй Всероссийской научной конференции с международным участием (г. Ульяновск, 27-29 октября, 2008 г.). В 2 т. Т.1. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 122–126.

53. [Афанасьева и др., 2008] Афанасьева, Т. В. Концептуальная модель гибридной системы анализа нечетких временных рядов / Т. В. Афанасьева, С. Г. Валеев, Н. Г. Ярушкина // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. Т.2. Серия «Технические науки». – Тамбов : ТГТУ. – 2008. – № 4(14). – С. 85–91.

54. [Афанасьева и др., 2008б] Афанасьева, Т. В. Нечеткие временные ряды в автоматизированном проектировании / Т. В. Афанасьева, Н. Г. Ярушкина // Информационные технологии : межвузовский сборник научных трудов. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 34–37.

55. [Афанасьева и др., 2009г] Афанасьева, Т. В. F-преобразование в прогнозировании временных рядов / Т. В. Афанасьева, А. А. Ивахина, И. Г. Перфильева // ИННОВАТИКА 2009 : Труды Международной конференции. – Ульяновск : УлГУ, 2009. – С. 459–461.

56. [Афанасьева и др., 2009] Афанасьева, Т. В. Моделирование лингвистических оценок на основе ACL-шкалы/ Т. В. Афанасьева, А. О. Козлов, А. А. Ивахина // Труды V Международной научно-практической конференции «Интегрированные модели и мягкие вычисления» (Коломна, 20-30 мая 2009 г.). – Т.2. – М. : Физматлит, 2009. – С. 298–304.

57. [Афанасьева, 2009а] Афанасьева, Т. В. Метод прогнозирования временных рядов на основе нечетких тенденций / Т. В. Афанасьева //

Труды Седьмой Международной конференции «Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов», 2-5 февраля 2009 года, г. Ульяновск / под ред. Ю. В. Полянскова, В. Л. Леонтьева. – Ульяновск : УлГУ, 2009. – С. 33–35.

58. [Афанасьева, 2009б] Афанасьева, Т. В. Моделирование нечеткого временного ряда на основе элементарных тенденций / Т. В. Афанасьева // Труды V Международной научно-практической конференции «Интегрированные модели и мягкие вычисления» (Коломна, 20-30 мая 2009 г.). – Т.2. – М. : Физматлит, 2009. – С. 291–297.

59. [Афанасьева, 2009в] Афанасьева, Т. В. Модель элементарной тенденции нечеткого временного ряда / Т. В. Афанасьева // Труды седьмой Международной конференции «Математическое моделирование физических, экономических, технических, социальных систем и процессов», 2-5 февраля 2009 года, г. Ульяновск / под ред. Ю. В. Полянскова, В. Л. Леонтьева. – Ульяновск : УлГУ, 2009. – С.35–37.

60. [Афанасьева и др., 2009а] Афанасьева, Т. В. Нечеткое моделирование временных рядов и анализ нечетких тенденций / Т.В. Афанасьева, Н.Г. Ярушкина – Ульяновск : УлГТУ, 2009. – 299 с.

61. [Афанасьева и др., 2009б] Афанасьева, Т.В. Моделирование временных рядов в терминах нечетких тенденций / Т. В. Афанасьева, С. Г. Валеев, А. О. Козлов // Материалы десятого Всероссийского симпозиума по прикладной и промышленной математике «Обзор прикладной и промышленной математики». – Т.16. – 2009. – С. 1019–1020.

62. [Афанасьева и др., 2009в] Афанасьева, Т. В. Программная реализация интегрального метода нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций временных рядов / Т. В. Афанасьева, А. Г. Чекмарев, Д. Е. Савельев // Сборник трудов Всероссийской конференции «Проведение научных исследований в области обработки, хранения,

передачи и защиты информации». Т.2. – Ульяновск : УлГТУ, 2009. – С. 542–549.

63. [Афанасьева и др., 2010а] Афанасьева, Т.В. Internet-сервис экспресс-анализа экономического состояния предприятия / Афанасьева Т.В. и др. // Двенадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2010 (20 сентября-24 сентября, 2010 г., Тверь, Россия) :Труды конференции. – Тверь, 2010. – Т.4. – С.54–62.

64. [Афанасьева и др., 2010б] Афанасьева Т.В. Исследование метода анализа нечетких элементарных тенденций для прогнозирования временных рядов / Т. В. Афанасьева, Н.Г. Ярушкина // Информатика, моделирование, автоматизация проектирования: сборник научных трудов / под ред. Н.Н.Войта. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – С. 68–75.

65. [Афанасьева, 2010] Афанасьева, Т. В. Решение задач интеллектуального анализа ВР в рамках структурно-лингвистического подхода / Т.В.Афанасьева // Автоматизация процессов управления (Ульяновск) – 2010. –№ 2(20) .– С. 54–59.

66. [Афанасьева и др., 2010в] Афанасьева Т.В. и др. Программа нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций (Fuzzy Tend). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2010613774, 2010 г.

67. [Афанасьева и др., 2011а] Афанасьева Т.В. Нечеткий динамический процесс с нечеткими тенденциями в анализе временных рядов / Т. В. Афанасьева, Н.Г. Ярушкина // Вестник РГУПС. – 2011. – №3. – С. 6–15.

68. [Афанасьева и др., 2011б] Афанасьева, Т. В. Математическое моделирование коротких временных рядов на основе нечетких тенденций

/ Т. В. Афанасьева, Н. Г. Ярушкина // Обзорение промышленной и прикладной математики («ОП и ПМ»). – 2011. – № 4. – С. 1003–1011.

69. [Афанасьева и др., 2011в] Афанасьева, Т.В. и др. Time Series Processing and Forecasting using Soft Computing Tools. – Lecture Notes in Computer Science, Vol. 6743, Proceedings of 13-th International Conf. RSFDGrC–2011. Springer-Verlag, 2011, XIII. – P. 155–163.

70. [Афанасьева и др., 2011г] Афанасьева Т.В. и др. Granular TS and fuzzy Tend Forecast // Proc. of World Congress of International Fuzzy Systems Association 2011 and Asia Fuzzy Systems Society International Conference. – 2011. – P. 1231–1235.

71. [Афанасьева и др., 2011 д] Афанасьева, Т.В. Анализ эффективности модели нечеткой тенденции в прогнозировании временных рядов / Т. В. Афанасьева, Н.Г. Ярушкина // Автоматизация процессов управления (Ульяновск). – 2011. – № 4(26). – С. 12– 16.

72. [Афанасьева и др., 2011е] Афанасьева, Т. В. Анализ эффективности моделирования трафика нечеткими моделями/ Т. В. Афанасьева, Н. Г. Ярушкина // Материалы первой Российской конференции с международным участием «Системный анализ и семиотическое моделирование. SASM'2011». – Казань: ФЭН, 2011. – С. 195–198.

73. [Афанасьева и др., 2011ж] Афанасьева, Т.В. и др. Интернет-сервис экспресс-анализа деятельности организации на основе анализа временных рядов. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2011614304, 2011 г.

74. [Барский, 2004] Барский, А. Б. Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений / А. Б. Барский. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 176 с.

75. [Батыршин и др., 2007а] Батыршин, И. З. Модели и методы перцептивного дата майнинга временных рядов для систем поддержки принятия решений / И. З. Батыршин, Л. Б. Шереметов // Нечеткие системы и мягкие вычисления. Т. 2. – 2007. – №1.

76. [Батыршин и др., 2007б] Батыршин, И. З. Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / И. З. Батыршин, А. О. Недосекин, А. А. Стецко и др. – М. : Физматлит, 2007. – 208 с.

77. [Беляков, 2005] Беляков, С. С. Использование агрегирования в методах нелинейной динамики для анализа и прогнозирования временных рядов котировок акций / С. С. Беляков: Автореферат дисс. ... канд. экон. наук, 2005.

78. [Беллман и др., 1976] Беллман, Р. Принятие решений в расплывчатых условиях / Р. Беллман, Л. Заде // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 172–215.

79. [Бендат, 1971] Бендат, Дж. Измерение и анализ случайных процессов/ Дж. Бендат, А.Пирсол. – М. : Мир, 1971.

80. [Бокс и др., 1974] Бокс, Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление; пер. с англ. / Дж. Бокс, Г. Дженкинс; под ред. В. Ф. Писаренко. – М. : Мир, 1974. – 406 с.

81. [Борисов и др., 1989] Борисов, А.Н. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А.Н. Борисов, А.В. Алексеев, Г.В. Меркурьева. – М. : Радио и связь, 1989. – 304 с.

82. [Борисов и др., 2007] Борисов, В. В. Нечеткие модели и сети / В. В. Борисов, В. В. Круглов, А. С. Федулов. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 284 с.

83. [Валеев, 2001] Валеев, С. Г. Регрессионное моделирование при обработке данных / С. Г. Валеев С.Г. – Казань : ФЭН, 2001.

84. [Виноградов и др., 2007] Виноградов, Г. П. Модели прогнозирования в интеллектуальных системах / Г. П. Виноградов, Н. А. Семенов // Программные продукты и системы. – 2007. – № 4. – С. 80–82.

85. [Глебов, 2006] Глебов, А. А. Модель краткосрочного прогнозирования электропотребления с помощью нейро-нечетких систем / А. А. Глебов // Южно-Российский вестник геологии, географии и глобальной энергии. – 2006. – №7(20). – С. 142-146.

86. [Горбань и др., 1998] Горбань, А. Н. Нейроинформатика / А. Н. Горбань, В. Л. Дунин-Барковский, А. Н. Курдин и др. – Новосибирск : Наука, 1998. – 296 с.

87. [Горбань, 1990] Горбань, А. Н. Обучение нейронных сетей / А. Н. Горбань. – М. : СП «ПараГраф», 1990. – 159 с.

88. [Долгий и др., 2008] Долгий, А. Н. Интеллектуальные модели выявления нечетких темпоральных признаков в базах данных геодиагностических систем / А. Н. Долгий, И. Д. Долгий, С. М. Ковалев и др. // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы» (AIS'08) и «Интеллектуальные САПР» (CAD-2008). – В 4 т. – Т. 2. – М. : Физматлит, 2008. – С. 129–135.

89. [Домрачев, 2001] Домрачев, В. Г. Нечеткие модели рейтинговых систем оценки знаний / В. Г. Домрачев В.Г., О. М. Полещук, И. В. Ретинская и др. // Телематика'2001: Труды Международной научно-методической конф. – СПб., 2001. – С. 245–246.

90. [Дубровский, 1984] Дубровский, Л. К. Нечеткие измерения при описании состояния объектов / Л. К. Дубровский // Методы и системы принятия решений. Интеллектуальные системы принятия решений. – Рига : Риж. политехн. ин-т, 1987. – С. 84–91.

91. [Дегтярев, 2007] Дегтярев, К. Ю. Применение специализированных компьютерных программ и методов, основанных на

нечетких временных рядах для краткосрочного прогнозирования USB/RUB котировок / К. Ю. Дегтярев. [Доступно по адресу: <http://www.exponenta.ru/educat/news/degtyarev/paper.pdf>; (дата обращения: 30.12.2009)].

92. [Дегтярев, 2008] Дегтярев, К. Ю. Прогнозирование валютных котировок с использованием модифицированного стационарного метода, основанного на нечетких временных рядах / К. Ю. Дегтярев [Доступно по адресу: <http://www.exponenta.ru/educat/news/degtyarev/paper2.pdf>; (дата обращения 30.12.2009)].

93. [Ермоленко, 2008] Ермоленко, Д. Н. Алгоритм принятия решений по управлению очисткой сточных вод на основе нечеткого моделирования / Д. Н. Ермоленко // Нечеткие системы и мягкие вычисления (НСМВ-2008) : сборник научных трудов второй Всероссийской научной конференции с международным участием (г. Ульяновск, 27-29 октября, 2008 г.). Т. 2. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – С. 24–31.

94. [Канторович, 2002] Канторович, Г. Г. Анализ временных рядов / Г. Г. Канторович // Экономический журнал ВШЭ . – 2002. – № 1–2.

95. [Кашьяп, 1985] Кашьяп, Р.Л. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным / Р.Л. Кашьяп, А. Р. Рао. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985.

96. [Кендэл, 1981] Кендэл, М. Временные ряды / пер. с англ. и пред. Ю. П. Лукашина; М. Кендэл. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 199 с.

97. [Козадаев, 2008] Козадаев, А. С. Математические модели временных рядов на основе аппарата искусственных нейронных сетей и программный комплекс для их реализации / А. С. Козадаев : Автореферат дисс. ... канд. техн. наук, 2008.



98. [Ковалев, 2007] Ковалев, С. М. Гибридные нечетко-темпоральные модели временных рядов в задачах анализа и идентификации слабо формализованных процессов / С. М. Ковалев // Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте: сборник трудов IV-й Международной научно-практической конференции. – В 2 т. – Т.1. – М. : Физматлит, 2007. – 354 с.

99. [Колмогоров, 1956] Колмогоров, А. Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных суперпозициями непрерывных функций меньшего числа переменных / А. Н. Колмогоров // Докл. АН СССР. – 1956. – Т. 108, № 2. – С. 179–182.

100. [Круглов, 2001] Круглов, В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Голунов. – М. : Физматлит, 2001. – 224 с.

101. [Кудинов, 2008] Кудинов, Ю. И. Принципы построения нечеткой системы прогнозирования дефектов металлопродукции / Ю. И. Кудинов // Одиннадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2008 (28 сентября-3 октября, 2008 г., г. Дубна, Россия): Труды конференции. Т. 3. – М. : ЛЕНАНД, 2008. – С. 123–131.

102. [Кудинов и др., 2007] Кудинов, Ю. И. Разработка и идентификация нечетких моделей прогнозирования качества / Ю. И. Кудинов, К. С. Иванченко, И. Ю. Кудинов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2007. – № 12. – С. 12–15.

103. [Лукашин, 2003] Лукашин, Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов / Ю.П. Лукашин. – М.: Финансы и статистика, 2003.

104. [Макаров и др., 2007] Макаров, А. Н. Прогнозирование эксплуатационной надежности на основе методов нечеткой логики /

А. Н. Макаров, К. Б. Корнеев // Нечеткие системы и мягкие вычисления. Т. 3. – 2007.– № 3.

105. [Новак и др., 2008] Новак, В. Интегральный метод принятия решений и анализа нечетких временных рядов / В. Новак, Афанасьева Т.В. и др. // Программные продукты и системы. – 2008. – № 4(84). – С. 65–68.

106. [Новак, 2008] Новак, В. Применение интегрального метода анализа нечетких временных рядов и функционального моделирования в задаче выбора лизинговой компании / В. Новак // Одиннадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2008 (28 сентября–3 октября, 2008 г., г. Дубна, Россия): Труды конференции. Т. 3. – М. : ЛЕНАНД, 2008. – С. 149–154.

107. [Носко, 2002] Носко, В. П. Эконометрика. Введение в регрессионный анализ временных рядов / В. П. Носко. – М. : НФПК, 2002. – 273 с.

108. [Орловский, 1981] Орловский, С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации / С. А. Орловский. – М. : Наука, 1981.

109. [Осьминин, 2008] Осьминин, К. П. Алгоритмы прогнозирования нестационарных временных рядов / К. П. Осьминин // Автореферат дисс. ... канд. физ.-мат. наук, 2008.

110. [Павленко, 2008] Павленко, Е. Н. Моделирование технологических процессов в паровых котлах в условиях неопределенности / Е. Н. Павленко // Труды Международных научно-технических конференций «Интеллектуальные системы» (AIS'08) и «Интеллектуальные САПР» (CAD-2008). – В 4 т. – Т.2. – М. : Физматлит, 2008. – С. 307–312.

111. [Павлов и др., 2006] Павлов, А. Н. Принятие решений в условиях нечеткой информации : учеб. пособие / А. Н. Павлов, Б. В. Соколов ; ГУАП. – СПб., 2006. – 72 с.

112. [Палюх, 2008] Палюх, Б. В. Интеллектуальная система управления пожарной безопасностью хранения фрезерного торфа / Б. В. Палюх, Р. Е. Цветков // Одиннадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2008 (28 сентября–3 октября, 2008 г., г. Дубна, Россия): Труды конференции. Т.3. – М. : ЛЕНАНД, 2008. – С. 300–305.

113. [Перфильева, 2003] Перфильева, И. Нечеткое преобразование. / И. Перфильева // Нечеткая логика. – Амстердам, 2003. – С. 275–300.

114. [Пивкин и др., 1997] Пивкин, В. Я. Нечеткие множества в системах управления / В. Я. Пивкин, Е. П. Бакулин, Д. И. Кореньков [доступно по адресу <http://works.tarefer.ru/46/100085/index.html> (дата обращения 30.12.2009)].

115. [Полещук, 2000] Полещук, О. М. Выявление существенных показателей при работе с нечеткой информацией / О. М. Полещук // Автоматизация и компьютеризация информационной техники и технологии: Научные труды. Вып. 308. – М. : МГУЛ, 2000. – 220 с.

116. [Ротштейн, 1999] Ротштейн, А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. – 320 с.

117. [Сергейчик, 2007] Сергейчик, О. И. Модели и алгоритмы спектрального анализа обработки кардиологических временных рядов / О. И. Сергейчик // Автореферат дисс. ... канд. техн. наук. – 2007.

118. [Стецко, 2008] Стецко, А. А. Принятие проектных решений на основе анализа нечетких тенденций временных рядов / А. А. Стецко // Программные продукты и системы. – 2008. – № 3.

119. [Таранцев, 1997] Таранцев, А. А. Принципы построения регрессионных моделей при исходных данных с нечетким описанием / А. А. Таранцев // Автоматика и телемеханика. – 1997. – №11. – С. 27–32.

120. [Ширяев, 2007] Ширяев, В. И. Финансовые рынки и нейронные сети. / В. И. Ширяев. – М. : Издательство ЛКИ, 2007. – 224 с.

121. [Ярушкина, 1997] Ярушкина, Н. Г. Методы нечетких экспертных систем в интеллектуальных САПР / Н. Г. Ярушкина. – Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 1997.

122. [Ярушкина, 2004] Ярушкина, Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: учебное пособие / Н. Г. Ярушкина. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 320 с.

123. [Ярушкина и др., 2005] Ярушкина, Н. Г. Компоненто-ориентированная INTERNET интегрированная среда для экспертизы эффективности деятельности крупных предприятий / Н. Г. Ярушкина , И. В. Семушин, А. А. Стецко // Новости искусственного интеллекта. – 2005. – № 3.

124. [Ярушкина и др., 2007] Ярушкина, Н. Г. Моделирование трафика терминал-сервера на основе анализа нечетких тенденций временных рядов / Н. Г. Ярушкина, Т. Р. Юнусов, Т. В. Афанасьева // Программные продукты и системы. – 2007. – № 4. – С. 15–19.

125. [Ярушкина и др., 2007а] Ярушкина, Н. Г. Нечеткие временные ряды как инструмент для оценки и измерения динамики процессов / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, Т. Р. Юнусов // Датчики и системы. – 2007. – № 12. – С. 46–51.

126. [Ярушкина и др., 2007б] Ярушкина, Н. Г. Нечеткие временные ряды в задачах экспертной деятельности / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева // Информационная среда вуза XXI века. Материалы

Всероссийской научно-практической конференции. Петрозаводск, (3 - 8 сентября 2007 года). – Петрозаводск, 2007. – С. 88–90.

127. [Ярушкина и др., 2007в] Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / Под ред. Н. Г. Ярушкиной. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 208 с.

128. [Ярушкина и др., 2008а] Ярушкина, Н. Г. Оценка результативности метода анализа нечетких тенденций временных рядов на примере моделирования трафика / Н. Г. Ярушкина, Т.В. Афанасьева, Т.Р. Юнусов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Специальный выпуск. «Четверть века изысканий и экспериментов по созданию уникальных технологий и материалов для авиастроения УНТЦ-ФГУП-ВИАМ». – 2008. – Т. 2.– С. 186–190.

129. [Ярушкина и др., 2008б] Ярушкина, Н. Г. Моделирование нечеткого и гранулированного временного ряда на основе элементарных тенденций / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, В. В. Шишкина // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. Специальный выпуск. «Технологии управления организацией. Качество продукции и услуг». – 2008. – Выпуск 10. – С. 223-227.

130. [Ярушкина, 2009] Ярушкина, Н. Г. Современный интеллектуальный анализ нечетких временных рядов / Н. Г. Ярушкина // Труды V Международной научно-практической конференции «Интегрированные модели и мягкие вычисления» (Коломна, 20-30 мая 2009 г.). – В 2 т. – Т.1. – М. : Физматлит, 2009. – С. 19–30.

131. [Ярушкина и др., 2010а] Ярушкина Н.Г. Интеллектуальный анализ временных рядов : учебное пособие / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 324 с.

132. [Ярушкина и др., 2010б] Ярушкина, Н. Г. Интеграция нечетких моделей для анализа временных рядов / Н.Г. Ярушкина, И.Г. Перфильева, Т.В. Афанасьева // Известия Самарского научного центра российской

академии наук. – Самара : Самарский научный центр РАН. – 2010. – Т. 12, №4(2). – С. 506–509.

133. [Ярушкина и др., 2010в] Ярушкина, Н. Г. Интегральный метод нечеткого моделирования и анализа нечетких тенденций / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева // Автоматизация процессов управления. – Ульяновск: УлГТУ. – 2010. – № 2(20). – С. 59–64.

134. [Ярушкина и др., 2010г] Ярушкина, Н. Г. Метод нечеткого моделирования и анализа тенденций временных рядов / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева; под ред. академика РАН С. Н. Васильева // Интеллектуальные системы управления. – М. : Машиностроение, 2010. – С. 301–305.

135. [Ярушкина и др., 2011а] Ярушкина, Н. Г. Диагностика узлов вертолета на основе модели гранулированного временного ряда / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, В. В. Воронина // Автоматизация процессов управления. – Ульяновск : УлГТУ. – 2011. – № 4(26). – С. 85–89.

136. [Ярушкина и др., 2011б] Ярушкина, Н. Г. Обзор методологических подходов интеллектуального анализа данных для прогнозирования временных рядов / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева // Труды Конгресса по интеллектуальным системам и информационным технологиям «AIS-IT'10». – В 4 т. – Т. 1. – М. : Физматлит, 2010. – С. 319–327.

137. [Ярушкина и др., 2012] Ярушкина, Н. Г. Интеллектуальный анализ временных рядов : учебное пособие / Н. Г. Ярушкина, Т. В. Афанасьева, И. Г. Перфильева. – М. : ИД «ФОРУМ» ИНФРА-М, 2012. – 160 с.

138. [Яхьяева, 2006] Яхьяева Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети: учебное пособие / Г. Э. Яхьяева. – М. : Интернет-Университет Информационных технологий: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 316 с.

Научное издание  
*Афанасьева* Татьяна Васильевна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ ТЕНДЕНЦИЙ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

Редактор Н. А. Евдокимова

ЭИ № 213.

ЛР № 020640 от 22.10.97

Подписано в печать 14.08.2013. Формат 60×84/16.

Усл. печ. л. 12,56. Тираж 75 экз. Заказ 736.

Ульяновский государственный технический университет  
432027, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, д.32.  
ИПК «Венец» УлГТУ. 432027, г. Ульяновск, ул. Северный Венец, д.32.