МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А. Н. Никулин, И. В. Карпухин

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА ЦЕННЫХ БУМАГ

Учебное пособие

Ульяновск
УлГТУ
2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Важное место в программе подготовки экономистов как по специальности 08010565 «Финансы и кредит», так и бакалавров по направлению 080100.62 «Экономика» занимают такие дисциплины как «Финансовая математика», «Финансовый менеджмент», «Рынок ценных бумаг», содержание которых определяется государственными образовательными стандартами третьего поколения.

Настоящее пособие рассматривает вопросы раздела «Финансовая математика ценных бумаг» учебной дисциплины «Финансовая математика»; раздела «Инструментальные методы, расчеты и модели в финансовом менеджменте» учебной дисциплины «Финансовый менеджмент»; разделов «Основы рынка ценных бумаг» и «Вторичный рынок ценных бумаг» учебной дисциплины «Рынок ценных бумаг».

В пособии раскрываются некоторые современные инструменты, методики и модели финансовой математики, нашедшие широкое применение в практике российского фондового рынка. Особое внимание уделено расчетам цены и доходности государственных и корпоративных облигаций, акций и производных финансовых инструментов.

В пособии в доступной форме представлены методики расчета важнейших финансовых показателей ценных бумаг, необходимых для принятия обоснованных и эффективных управленческих решений. Приводится детальный разбор типичных рыночных ситуаций, характерных для операций с краткосрочными и долгосрочными долговыми обязательствами, акциями, форвардными и фьючерсными контрактами, опционами. Пособие предназначено для использования студентами наряду с другими учебниками, учебными пособиями и лекционным материалом.

ГЛАВА 1. ОЦЕНКА ДОХОДНОСТИ ОПЕРАЦИЙ С КРАТКОСРОЧНЫМИ ДОЛГОВЫМИ БУМАГАМИ

1.1. Показатели доходности краткосрочных облигаций

Облигация – это эмиссионная ценная бумага, закрепляющая право ее владельца на получение от эмитента облигации в предусмотренный ею срок номинальной стоимости облигации и дополнительного дохода. Заемщик продает облигации кредитору за определенную сумму; облигация, в сущности, представляет собой долговую расписку заемщика [1]. Такое соглашение обязывает эмитента облигации осуществлять заранее оговоренные выплаты ее держателю.

Облигация выражает следующие обязательства эмитента [4]:

- вернуть сумму займа в означенный срок;
- выплатить доход по облигации;
- выполнить условия займа в означенный срок.

Как правило, предельные сроки обращения облигаций законодательно не устанавливаются. Согласно принятой традиции в мировой практике различают облигации [4]:

☑ *краткосрочные* (срок обращения до 1 года);

☑ *среднесрочные* (срок от 1 года до 3…5 лет);

☑ *долгосрочные* (срок от 5 до 30…40 лет).

Ориентиром доходности облигаций, как и долевых бумаг, служит *номинальная цена*:

$$P_н = \frac{З}{К}, \tag{1.1}$$

где $P_н$ – номинальная цена долгового обязательства;

$З$ – сумма займа, приходящаяся на все долговые бумаги определенного достоинства;

$К$ – количество эмитированных бумаг определенного достоинства.

Как правило, долговые бумаги выпускаются с высокой номинальной ценой и этим отличаются от акций. Выпуск долговых бумаг ориентирован либо на богатых индивидуальных инвесторов, либо на институциональных инвесторов.

Цена *первичного размещения* долговых обязательств может быть [1]:

☑ меньше номинала, или *дисконтной*;

☑ больше номинала, или *с премией*;

☑ равна номиналу.

Рыночная цена определяется соотношением спроса и предложения, а цена погашения фиксируется в условиях займа и чаще всего равна номиналу, но может и отличаться от него. По процентным облигациям различают *чистую* цену (без учета процентов) и *«грязную»* цену, учитывающую накопленные за период обращения проценты.

Доход по краткосрочным облигациям выплачивается в форме дисконта единовременно при погашении, а также купонных выплат (процентов) с определенной периодичностью (квартал, полугодие) или единовременно при погашении. Все расчеты, связанные с начислением процентов, производятся от номинальной стоимости.

Купонная ставка может быть плавающей и фиксированной. Плавающая купонная ставка может устанавливаться следующими способами [2]:

- средневзвешенная;
- равная ставке займа-аналога;
- устанавливаемая эмитентом;
- рассчитываемая по алгоритму эмитента;
- коэффициентом от базовой ставки:
    - ~ рефинансирования ЦБ;
    - ~ государственных облигаций.

Для инвестора, продавшего облигацию до даты ее погашения, доход определяется разницей курсовой цены продажи и цены приобретения. Инвестор, купивший бумагу, имеет доход в виде дисконта или процентов и положительную (отрицательную) разницу цены погашения (номинала) и курсовой цены покупки. Покупателю необходимо определить ориентировочную курсовую цену облигации путем математического дисконтирования наращенной стоимости бумаги.

В таблице 1.1 представлена система показателей, определяющих доходность инвестирования в краткосрочные облигации [5].

Таблица 1.1

Система показателей оценки доходности операций с краткосрочными облигациями

Наименование показателя	Содержание	Формула расчета	Значение переменных
Дисконт	Разность между ценой погашения (номиналом) и ценой покупки (инвестиционным капиталом)	$Д = P_{н} - P_{пок}$	$P_{н}$ – номинальная цена; $P_{пок}$ – цена покупки (инвестиционный капитал)
Купонный доход	Размер дохода за t дней (квартала, полугодия, срока обращения), исчисляемый на основании годовой купонной ставки по формуле точных процентов	$I_{t}^{точн} = \frac{i_{k} \times P_{н} \times t}{365(366)}$	i_{k} – годовая купонная ставка; t – срок обращения бумаги в днях; $P_{н}$ – номинальная цена
	Размер дохода за t дней, исчисленный по формуле обычных процентов	$I_{t}^{об} = \frac{i_{k} \times P_{н} \times t}{360}$	
Наращенная стоимость бумаги на дату погашения	Сумма номинальной цены бумаги и купонного дохода за t дней	$S = P_{н} + I_{t}$	$P_{н}$ – номинальная цена; I_{t} – купонный доход за t дней
Доход (убыток) по конвертируемой беспроцентной облигации	Разность между курсовой ценой акций и ценой приобретения облигации (инвестированным капиталом)	$I_{конв} = P_{рын}^{a} \times K_{рын}^{a} - P_{пок}$	$P_{рын}^{a}$ – курсовая цена акций на дату конвертации облигации; $K_{рын}^{a}$ – количество акций, на которое обменивается конвертируемая облигация

Продолжение таблицы 1.1

Доход продавца от перепродажи долговой бумаги	Разность между курсовой ценой и инвестиционным капиталом	$I_{прод} = P_{рын} - P_{пок}$	$P_{пок}$ – цена покупки (инвестиционный капитал); $P_{рын}$ – курсовая цена долговой бумаги на дату сделки
Доход (убыток) капитала при погашении долговой бумаги	Разность цены погашения (номинала) и цены покупки (курсовой цены)	$\Delta P = P_н - P_{рын}$	$P_{рын}$ – курсовая цена долговой бумаги на дату сделки; $P_н$ – номинальная цена;
Ориентировочная курсовая цена сделки перепродажи долговой бумаги	Современная (приведенная) величина будущей наращенной стоимости бумаги на дату дисконтирования по процентной ставке	для дисконтных бумаг: $P_{рын} \approx \dfrac{P_н}{1 + (i_д \times t_д / 365)}$ для процентных бумаг: $P_{рын} \approx \dfrac{P_н + I_t}{1 + (i_д \times t_д / 365)}$	$i_д$ – процентная ставка по долговым обязательствам на дату дисконтирования; $t_д$ – число дней от даты дисконтирования до даты погашения ценной бумаги; I_t – сумма купонного дохода (процентов) за t дней обращения бумаги
Совокупный доход по процентной долговой бумаге	Сумма купонных выплат и прироста (убытка) капитала	$I_{сд} = I_t + \Delta P$	I_t – сумма купонного дохода (процентов) за t дней обращения бумаги; ΔP – доход (убыток) капитала при погашении долговой бумаги

Продолжение таблицы 1.1

Доходность (ставка дохода) дисконтной долговой бумаги за срок займа	Процентная ставка дисконта, исчисляемая отношением дисконта к цене покупки (инвестиционному капиталу)	$I_t = \frac{D}{P_{пок}}$	$P_{пок}$ – цена покупки (инвестиционный капитал); D – дисконтный доход по краткосрочной долговой бумаге
Доходность (ставка дохода) процентной долговой бумаги за срок займа	Процентная ставка купонного дохода (процентов), исчисляемая отношением суммы процентов к цене покупки (инвестированном у капиталу)	$i_t = \frac{I_t}{P_{пок}}$	I_t – сумма купонного дохода (процентов) за t дней обращения бумаги; $P_{пок}$ – цена покупки (инвестиционный капитал)
Купонная доходность за срок займа	Процентная ставка купонного дохода (процентов), исчисляемая отношением суммы процентов к номинальной цене	$I_k = \frac{I_t}{P_н}$	I_t – сумма купонного дохода (процентов) за t дней обращения бумаги; $P_н$ – номинальная цена
Годовая текущая доходность долговой бумаги	Процентная ставка годового дохода, исчисляемая умножением дневной доходности на число календарных дней в году	$i_{год} = \frac{i_t \times 365}{t}$	i_t – доходность долговой бумаги за срок займа; t – количество дней обращения долговой бумаги
Доходность перепродажи долговой бумаги для продавца	Процентная ставка дохода от перепродажи, исчисляемая отношением дохода продавца к его инвестированному капиталу	$i_{прод} = \frac{I_{прод}}{P_{пок}}$	$I_{прод}$ – доход продавца от перепродажи долговой бумаги; $P_{пок}$ – цена покупки (инвестиционный капитал)

Продолжение таблицы 1.1

Совокупная доходность бумаги за срок займа	Процентная ставка совокупного дохода, исчисляемая отношением совокупного дохода к инвестированному капиталу (курсовой цене)	$i_{сд} = \frac{(P_н - P_{рын}) + I_t}{P_{рын}}$	$P_н$ – номинальная цена; I_t – сумма купонного дохода (процентов) за t дней обращения бумаги; $P_{рын}$ – курсовая цена долговой бумаги на дату сделки
Чистый дисконт	Сумма дисконта после удержания налога	$D^ч = K \times D$	K– ставка налога
Чистый купонный доход	Сумма купонного дохода после удержания налога	$I_t^ч = K_t$	
Чистый доход по конвертации облигации	Сумма дохода по конвертации облигации после удержания налога	$I_{конв}^ч = K_{конв}$	
Чистый доход продавца при перепродаже долговой бумаги	Разность между курсовой ценой и инвестированным капиталом после удержания налога	$I_{прод}^ч = K_{прод}^ч$	
Чистый прирост капитала	Сумма дохода от разницы номинальной и курсовой цены приобретения с учетом налога	$\Delta P^ч = K\Delta P$	ΔP – доход (убыток) капитала при погашении долговой бумаги
Чистый совокупный доход по процентной долговой бумаге	Сумма совокупного дохода по процентной бумаге после уплаты налога	$I_{сд}^ч = K \times I_t + K \times \Delta P$	K– ставка налога

Продолжение таблицы 1.1

Чистая доходность дисконтной долговой бумаги за срок займа	Процентная ставка дисконта, исчисляемая отношением дисконта к инвестируемому капиталу	$i_t^ч = \frac{D^ч}{P_{пок}}$	$D^ч$ – чистый дисконт; $P_{пок}$ - цена покупки (инвестиционный капитал)
Чистая доходность процентной долговой бумаги за срок займа	Процентная ставка купонного дохода (процентов), исчисляемая отношением чистого купонного дохода к инвестированному капиталу	$i_t^ч = \frac{I_t^ч}{P_{пок}}$	$I_t^ч$ – чистый купонный доход; $P_{пок}$ – цена покупки (инвестиционный капитал)
Чистая купонная доходность за срок займа	Процентная ставка чистого купонного дохода, исчисляемая отношением чистого купонного дохода к номинальной цене	$i_к^ч = \frac{I_t^ч}{P_н}$	$I_t^ч$ – чистый купонный доход; $P_н$ – номинальная цена
Чистая годовая текущая доходность	Процентная ставка чистого дохода, исчисляемая умножением чистой дневной доходности на число календарных дней в году	$i^ч = \frac{i_t^ч}{t} \times 365$	$i_t^ч$ – чистый купонный доход

Чистая доходность перепродажи долговой бумаги для продавца	Процентная ставка дохода от перепродажи, исчисляемая отношением чистого дохода продавца к инвестированному капиталу	$i^{ч}_{прод} = \frac{I^{ч}_{прод}}{P_{пок}}$	$I^{ч}_{прод}$ – чистый доход продавца при перепродаже долговой бумаги
Чистая совокупная доходность бумаги за срок займа	Процентная ставка дохода от покупки бумаги на вторичном рынке, исчисляемая отношением чистого совокупного дохода покупателя к курсовой цене	$i^{ч}_{сд} = \frac{I^{ч}_{сд}}{P_{рын}}$	$I^{ч}_{сд}$ – чистый совокупный доход по процентной долговой бумаге

1.2. Типовые ситуации с краткосрочными облигациями

Ситуация 1

Государственная краткосрочная бескупонная облигация (ГКО) выдана на 180 дней под 10% годовых с погашением по 12 млн руб. (год невисокосный). Определить доход держателя облигации.

Решение

Рассчитаем современную величину наращенной стоимости облигации по формуле математического дисконтирования, так как начисление процентов по облигации производится по процентной ставке:

$$P_{рын} = \frac{P_{н} + I_{t}}{1 + \frac{i_{д} \times t_{д}}{365}} = \frac{12}{1 + \frac{0{,}1 \times 180}{365}} = \frac{12}{1{,}049} = 11{,}4 \text{ млн руб.},$$

где $i_{д}$ – процентная ставка по долговым обязательствам на дату дисконтирования;

$t_д$– число дней от даты дисконтирования до даты погашения ценной бумаги;

I_t – сумма купонного дохода (процентов) за t дней обращения бумаги.

Держатель облигации получит доход, определяемый дисконтом, т. е. разностью между наращенной стоимостью облигации и ее современной величиной:

$D = P_{пог} - P_{рын} = 12 - 11{,}4 = 0{,}6$ млн руб.

Кроме того, доход можно определить и на основании процентной ставки:

$$I_t^{точн} = \frac{i_k \times P_н \times t}{365} = \frac{0{,}1 \times 12 \times 180}{365} = 0{,}6 \text{ млн руб.}$$

где i_k – годовая купонная ставка;

t – срок обращения бумаги в днях;

$P_н$ - номинальная цена.

Ситуация 2

Определить, на какой срок должна быть выпущена облигация номиналом 2 млн руб. при 9% годовых, если сумма погашения составляет 2,2 млн руб. Год невисокосный.

Решение

Определим доход кредитора, или сумму начисленных процентов:

2,2 – 2 = 0,2 млн руб.

Тогда согласно формуле начисления точных процентов получается:

$$I_t^{точн} = \frac{i_k \times P_н \times t}{365} = \frac{0{,}09 \times 2{,}0 \times t}{365} = 0{,}2 \text{ млн руб.}$$

где i_k – годовая купонная ставка;

t – срок обращения бумаги в днях;

$P_н$ – номинальная цена.

Преобразуя данную формулу, определяем срок обращения облигации:

$$t = \frac{0{,}2 \times 365}{0{,}09 \times 2{,}0} = 406 \text{ дней.}$$

Ситуация 3

Годовой купон по облигации на предъявителя – 10%. Сделка купли-продажи заключена за 18 дней до выплаты процентов. Определить курс продажи облигации.

Решение

Поскольку облигация на предъявителя, получателем купонного дохода является последний владелец – покупатель. Для продавца причитающийся ему текущий доход должен быть заложен в цене продажи. Доход продавца определяется разностью цены продажи $P_{рын}$ и цены приобретения $P_{н}$, он должен соответствовать купонным выплатам за (360 – 18) дней (применяем формулу обыкновенных процентов и за временную базу берем 360 дней).

$$P_{рын} - P_{н} = \frac{0{,}1 \times P_{н} \times (360 - 18)}{360}.$$

Делим левую и правую часть равенства на $P_{н}$:

$$\frac{P_{рын}}{P_{н}} - 1 = \frac{0{,}1 \times 342}{360}.$$

Отношение рыночной цены к номинальной и есть курс цены:

К = 1 + 0,095 = 1,095, или 109,5%.

Чтобы продавцу облигации был обеспечен доход, равный купонным выплатам от «процентного» дня до даты сделки, рыночная цена продажи должна превышать номинал в 1,095 раза.

Ситуация 4

Годовой купон по именной облигации – 15%. Сделка купли-продажи заключена за 28 дней до выплаты процентов. Определить курс цены сделки.

Решение

Для своевременной выплаты процентов по облигации имя (наименование) держателя должно быть сообщено эмитенту не позднее, чем за 30 дней до выплаты купонного дохода. По условию бумага сменила владельца за 28 дней, следовательно, проценты будут выплачены старому владельцу – продавцу. В результате продавец получит купонный доход.

$I_k = 0{,}15 \times P_н$.

На продаже облигации продавец имеет разницу курсовой и номинальной стоимости, таким образом, его общий доход составит:

$0{,}15 \times P_н + (P_{рын} - P_н)$.

Общая сумма дохода продавца должна соответствовать купонным выплатам за 332 дня (360 – 28 дней).

Применив формулу для расчета обыкновенных процентов, получим равенство:

$$0{,}15 \times P_н + (P_{рын} - P_н) = \frac{0{,}15 \times P_н \times 332}{360},$$

откуда

$P_{рын} - 0{,}85 \times P_н = 0{,}138 \times P_н$,

$K_p = \frac{P_{рын}}{P_н} = 0{,}85 + 0{,}138 = 0{,}988$, или 98,8%.

Чтобы покупателю был обеспечен доход, равный купонным выплатам за 28 дней, в рыночной цене должен быть заложен дисконт в 1,2%.

Контрольные вопросы

1. Какие облигации относятся к краткосрочным?
2. Перечислите источники дохода от операций с краткосрочными облигациями.
3. Что означает, если облигация реализуется с дисконтом?
4. Что означает, если облигация реализуется с премией?
5. Перечислите виды купонных ставок по облигациям.

ГЛАВА 2. ОЦЕНКА ДОХОДНОСТИ ОПЕРАЦИЙ С ДОЛГОСРОЧНЫМИ ДОЛГОВЫМИ БУМАГАМИ

2.1. Показатели доходности долгосрочных облигаций

Текущий доход по долгосрочным облигациям выплачивается, как правило, в соответствии с купонной ставкой, объявленной в условиях выпуска. Разнообразие форм выплаты дохода порождает различные варианты его исчисления.

Таблица 2.1

Варианты исчисления купонного дохода [6]

Варианты исчисления купонного дохода	**Формула расчета**	**Значение переменных**
Выплата дохода за неполный период начисления по фиксированной ставке	$I_{kt} = \frac{i_k \times P_н}{365}$	I_{kt} – купонный доход за t дней; $P_н$ – номинальная цена
Выплата дохода за год по фиксированной ставке	$I_k = i_k \times P_н$	I_k – годовой купонный доход; i_k – годовая купонная ставка; $P_н$ – номинальная цена
Выплата дохода за год по плавающей ставке коэффициентом от средневзвешенной ставки рефинансирования Центрального банка	$\overline{i_{ЦБ}} = \frac{\sum_{j=1}^{k} i_j \times m_j}{\sum_{j=1}^{k} m_j}$ $i_k = K_1 \times \bar{i}_{ЦБ}$ $I_k = i_k \times P_н$	$\overline{i_{ЦБ}}$ – средневзвешенная ставка рефинансирования; i_j – ставка рефинансирования за j-й период; m_j – продолжительность j-го периода, в течение которого не меняется ставка рефинасирования; K_1 – коэффициент понижения (повышения) ставки рефинансирования

Окончание таблицы 2.1.

Выплата дохода за год по плавающей ставке коэффициентом от средневзвешенной доходности ГКО	$\overline{i_{ГКО}} = \dfrac{\sum i_{ГКО} \times v_{ГКО}}{\sum v_{ГКО}}$ $i_{ГКО} = K_2 \times \bar{i}_{ГКО}$ $I_k = i_k \times P_н$	$\overline{i_{ГКО}}$ – средневзвешенная доходность ГКО; $i_{ГКО}$ – доходность ГКО определенного выпуска; $v_{ГКО}$ – объем продаж ГКО определенного выпуска; K_2 – коэффициент повышения (понижения) доходности ГКО
Выплата дохода по полугодиям	$I_{knno} = \dfrac{i_k \times P_н \times t_{пол}}{365} \times \left(\dfrac{i_к \times P_н \times 6}{12}\right)$	$t_{пол}$ – количество дней в полугодии за которое рассчитывается купонный доход
Выплата дохода по кварталам	$I_{kкк} = \dfrac{i_k \times P_н \times i_{кв}}{365} \times \left(\dfrac{i_к \times P_н \times 3}{12}\right)$	$t_{кв}$ – количество дней в квартале за которое рассчитывается купонный доход
Выплата дохода единовременно при погашении за полное число лет по простой ставке	$I_{kn} = i_k \times P_н \times n$	n – полное число лет
Выплата дохода единовременно при погашении за срок займа по простой ставке	$I_{kn3} = i_k \times P_н \times n_3$	n_3 – срок займа, выраженный простым и дробным числом
Выплата дохода единовременно при погашении фиксированной суммой	$I = S_{const}$	S_{const} – фиксированная сумма
Выплата дохода единовременно при погашении товарным номиналом	$I_n^{тов} = P_{пог}^{тов} - P_{пок}^{тов}$	$P_{пог(пок)}^{тов}$ – стоимость товарного номинала при погашении (покупке)

Важнейшим показателем для инвестора является *текущая доходность*, которая определяется сопоставлением купонного дохода и инвестированного капитала:

$$i_t = \frac{I_{kt}}{P_{пок}} \qquad (2.1);$$

$$i = \frac{I_k}{P_{пок}} \qquad (2.2);$$

$$i_{nt} = \frac{I_{kn}}{P_{пок}} \qquad (2.3);$$

$$i_{n3} = \frac{I_{kn3}}{P_{пок}} \qquad (2.4),$$

где i_t – текущая доходность за t дней займа;

i – годовая текущая доходность;

$i_{n(n3)}$ – текущая доходность за полное число лет (число лет, выраженное дробным числом.

$I_{k(rt,n,n3)}$– годовой купонный доход (доход за t дней займа, за число полных или дробных лет).

Другим доходным фактором является *прирост (убыток) капитала в течение срока займа*, определяемый как разница между ценой погашения (номиналом) и ценой приобретения бумаги.

Если погашение производится по номиналу, а облигация куплена с дисконтом, инвестор имеет прирост капитала. В этом случае доходность облигации выше, чем купонная ставка. При покупке облигации по цене с премией, владелец, погашая бумагу, терпит убыток. Облигация с премией имеет доходность ниже указанной на купоне. Облигация, купленная по номиналу, имеет доходность, равную купонной.

Дополнительный доход (убыток) в виде прироста капитала возможен в следующих случаях [4]:

1. В условиях займа предусмотрена возможность «промежуточного погашения» по фиксированной цене выкупа через *t* дней после приобретения облигации. Инвестор покупает облигацию по цене $P_{пок}$, меньшей номинала, и может досрочно продать бумагу эмитенту по цене,

фиксированной в течение определенной недели года и известной за несколько месяцев до наступления такой «особой» недели. Цена выкупа *($P_{вык}$)* также меньше номинала, но выше цены приобретения, что увеличивает доход инвестора за счет прироста капитала. Одновременно с получением купонного дохода за *t* дней инвестор имеет дополнительный доход за это время:

$$\Delta P_t = P_{вык} - P_{пок} \qquad (2.5).$$

2. В условиях займа предусмотрено погашение по номинальной цене, а размещение по цене, складывающейся в ходе торгов или установленной эмитентом.

3. Облигации рыночные с возможностью приобретения их на вторичном рынке по *курсовой цене.* Если на дату дисконтирования на рынке имеются долговые бумаги с большей купонной ставкой, ценность продаваемой бумаги снижается, и курс ее падает. При падении ставок рентабельность инвестиций в облигацию и ее рыночная цена возрастают. В зависимости от конъюнктуры рынка на дату дисконтирования инвестор может приобрести бумагу по цене *меньше номинала*, обеспечивающей *прирост* капитала при погашении, или *с премией*, дающей *убыток* капитала по окончании срока займа.

4. Облигации рыночные с возможностью их перепродажи по цене, превышающей инвестированный капитал.

5. Облигации *валютные*, эмитированные в счет погашения внутреннего долга, размещаемые и погашаемые по номиналу. Данные бумаги предприятием-держателем отражаются в учете по номиналу и пересчитываются в рубли, как и другие, находящиеся в распоряжении предприятия валютные средства. С ростом курса доллара эти суммы растут, обеспечивая кроме купонного *дополнительный* доход в виде *курсовой разницы* доллара на дату погашения и приобретения бумаги:

$$I_{ДД} = P_н \times (K_2 - K_1) \qquad (2.6).$$

Анализ методики расчета совокупного дохода позволяет сделать следующие выводы:

1) если облигация куплена с премией, ежегодный убыток капитала уменьшает совокупную доходность облигации по мере приближения к дате погашения займа;

2) если облигация куплена с дисконтом, то ежегодное приращение капитала увеличивает совокупную доходность по мере приближения к дате погашения займа;

3) если облигация куплена по номиналу, совокупная доходность остается постоянной в течение всего срока займа.

Точные цифры доходности облигаций в течение срока их обращения можно получить с применением компьютера или книги доходов, разработанной для учета удорожания капитала в течение срока займа, если бумаги куплены с дисконтом, и убывания его при покупке облигаций с премией.

Некоторые выпуски размещаются с условием, что держатель облигации может погасить облигацию досрочно. *Досрочное погашение* означает либо выплату премии сверх номинала, либо заемщику разрешается выплатить долг по номиналу досрочно или после определенной даты. Если облигация идет по цене, превышающей номинал, то самая ранняя дата возврата берется за дату погашения. Если цена облигации ниже номинала или цены погашения, она не будет оплачена досрочно. Таким образом, убыток на облигацию с премией раскладывается на меньшее число лет и оказывается пропорционально весомее с каждым годом, чем если бы он раскладывался на большее количество лет. Прибыль на облигацию с дисконтом распределяется на большее количество лет и оказывается пропорционально меньшей добавкой к купону, чем если бы она раскладывалась на меньшее число лет.

2.2. Понятие облигационной математики

Цена долговых обязательств *формируется на основе большого количества факторов.* Размер купонного дохода, текущий спрос на облигации, кредитный рейтинг эмитента, срок погашения – все эти факторы напрямую влияют на стоимость облигаций. При первичном размещении долговых обязательств ценовой диапазон максимально приближен к номинальной стоимости облигаций. Как правило, частные инвесторы могут приобретать облигации только на вторичном рынке, где их стоимость в значительной мере определяется текущими процентными ставками.

Каждый трейдер по облигациям использует математические формулы для двух основных целей: определения стоимости ценных бумаг и количественной оценки риска своей торговой позиции. Формулы отражают многие правила функционирования рынка облигаций, поэтому даже те трейдеры, которые не вполне понимают соответствующий математический аппарат, прекрасно знают, как применять полученные с его помощью результаты.

Узловым моментом математических расчетов, связанных с облигациями, является взаимосвязь цены и доходности. Трейдеры по облигациям думают о доходности, но торгуют в терминах цен. Прогнозирование изменения цен – это то же самое, что прогнозирование результатов торговли, так как прибыль (или убыток) по любой облигационной позиции прямо пропорциональна изменению цены облигации.

Многие формулы для облигаций являются применением математической идеи отображения, позволяющего трейдеру переключаться с доходности на цену. Отображение – это замена графика, где используется одна переменная, на график с другой переменной с помощью применения известного соотношения между этими двумя переменными. Например, карта дорог преобразует расстояние в милях в дюймы путем изменения масштаба.

Трейдер по облигациям использует математические формулы, чтобы преобразовать свой прогноз относительно изменения доходности в прогноз изменения цен и прибыли. Часто трейдеры пользуются упрощенным и грубым приближением таких формул при открытии позиций в динамичной обстановке торгового зала. Такие приближенные формулы действенны лишь при незначительных изменениях на рынке. Иногда трейдеры забывают, что они использовали именно приближенный вариант точных формул, и могут получить убедительное напоминание об этом при значительных изменениях доходности. Крупные убытки трейдеры несли из-за того, что не понимали, при каких условиях приближенные вычисления особенно плохи и как связанные с их применением ошибки могут повлиять на прибыль. Такое теоретическое понимание особенно важно, когда доходности достигают новых максимумов или минимумов, в отношении которых у трейдеров, естественно, нет практического опыта.

Чтобы надлежащим образом проанализировать риск, трейдер должен учесть и главные, и второстепенные факторы, влияющие на него. С помощью приведенных в этой главе формул внимание акцентируется на факторах, которые наиболее существенно влияют на направление и степень изменения цены. Для трейдера, занимающего какую-либо позицию более одного дня, знание степени будущего риска так же важно, как и знание степени риска сегодняшнего. Имея такую информацию, трейдер может *иммунизировать* свою позицию (сделать прибыль не зависящей от неожиданных потрясений).

В этой главе рассматриваются формулы, которые широко используют трейдеры. Формулы содержат упрощенные предположения, с которыми связана некоторая неточность результатов. Если такие упрощенные предположения неудачны, формулы дают неверные результаты. Аналитики разработали множество формул для доходности, использующих упрощающие предположения вместо более реалистических. Но при определенных рыночных условиях и такие адаптированные формулы могут оказаться недостаточно точными, чтобы трейдеры могли их применять. Искушенный участник может получать прибыль, учитывая систематические ошибки в формулах, которые применяет весь остальной рынок.

В этой главе иллюстрируется, как применяются различные формулы для облигаций. При этом используются в основном выпуски облигаций с купонами и сроками обращения, близкими к реальным. В некоторых примерах тем не менее в чисто иллюстративных целях, чтобы показать влияние одной из переменных в формуле, используются и нетипичные выпуски. Например, в действительности нет двух выпусков, имеющих в одно и то же время одинаковые сроки до погашения и отличающиеся вдвое купоны. Но гипотетические выпуски, рассматриваемые в иллюстративных целях, достаточно правдоподобны, чтобы продемонстрировать реальные рыночные эффекты.

Во многих примерах этой главы фигурируют облигации с нулевым купоном («зеро»). Дело в том, что «зеро» часто наиболее ярко характеризуют экстремальные значения, получаемые с помощью той или иной формулы. Приведенные примеры показывают также, что для бескупонных облигаций применение математических формул особенно наглядно.

2.3. Методика расчета кривой бескупонной доходности по государственным ценным бумагам

2.3.1. Формирование расчетной базы

Указанная методика применяется в отношении всех выпусков ГКО-ОФЗ в соответствии с законодательными актами Российской Федерации и внутренними нормативными документами ЗАО «Московская межбанковская валютная биржа» (далее – ЗАО ММВБ) [11].

Прежде всего приведем наиболее распространенные термины, применяемые в данной методике.

Бескупонная доходность – доходность к погашению дисконтной облигации.

Кривая бескупонной доходности (zero-coupon yield curve) – совокупность бескупонных доходностей для различных сроков до погашения облигаций.

Кривая бескупонной доходности по государственным ценным бумагам (G-кривая) – кривая бескупонной доходности, определенная на основании сделок с облигациями на рынке государственных краткосрочных бескупонных облигаций (ГКО) и облигаций федеральных займов (ОФЗ).

Изотермный ряд – временной ряд бескупонных доходностей с заданным сроком до погашения облигаций.

Доходность сделки – доходность к погашению, соответствующая цене определенной сделки с облигациями и рассчитанная в порядке, установленном на рынке ГКО-ОФЗ.

Расчетная цена – цена облигации, рассчитанная по кривой бескупонной доходности как сумма дисконтированных выплат по данной облигации.

Расчетная доходность – доходность к погашению, соответствующая расчетной цене данной облигации.

База расчета – список выпусков облигаций (ГКО-ОФЗ), используемых при расчете *G*-кривой.

Ретроспективный период – период между предыдущей и текущей датами пересмотра базы расчета/численных параметров модели *G*-кривой.

Кривая бескупонной доходности по государственным ценным бумагам рассчитывается на основе сделок, заключенных в соответствии с Положениями на вторичных торгах на основе заявок, адресованных всем участникам торгов (режим анонимных сделок). Не включаются в расчет G-кривой внесистемные сделки, сделки РЕПО, а также сделки, заключенные с выпусками облигаций, проданными Банком России с обязательством обратного выкупа.

Расчет *G*-кривой осуществляется в режиме реального времени по мере совершения сделок с облигациями, включенными в базу расчета.

База расчета автоматически пересчитывается по итогам каждых трех месяцев. Пересмотр базы расчета осуществляется в первый торговый на рынке ГКО-ОФЗ день, соответственно, марта, июня, сентября и декабря.

Новая база расчета вступает в действие:

– на следующий торговый на рынке ГКО-ОФЗ день после 15-го числа соответствующего месяца (марта, июня, сентября, декабря), если 15-е число является торговым днем на рынке ГКО-ОФЗ;

– на второй торговый на рынке ГКО-ОФЗ день после 15-го числа соответствующего месяца (марта, июня, сентября, декабря), если 15-е число является неторговым днем на рынке ГКО-ОФЗ.

При формировании (пересмотре) базы расчета все выпуски облигаций разделяются на две следующие группы [11]:

– выпуски облигаций, срок до погашения которых попадает в интервал от 3 месяцев до 2 лет;

– выпуски облигаций, срок до погашения которых составляет более двух лет.

Для каждой группы отдельно проводится анализ относительной ликвидности выпусков облигаций. Расчет коэффициента ликвидности за ретроспективный период осуществляется по следующей формуле:

$$L_k = \left(\frac{T_k}{T}\right)^{0,8} \times \left(\frac{V_k}{V}\right)^{0,2}, \qquad (2.7),$$

где *Tk* – количество сделок с *k*-м выпуском облигаций за ретроспективный период;

Vk – суммарный объем сделок с *k*-м выпуском облигаций;

T – среднее количество сделок (на один выпуск облигаций) за ретроспективный период, рассчитанное по формуле среднего арифметического на основе значений по всем рассматриваемым выпускам облигаций;

V – средний суммарный объем сделок (на один выпуск облигаций) за ретроспективный период, рассчитанный по формуле среднего арифметического на основе значений по всем рассматриваемым выпускам облигаций.

При расчете суммарных объемов сделок и количества сделок учитываются только сделки, заключенные на вторичных торгах на основе заявок, адресованных всем участникам торгов (режим анонимных сделок). Не включаются в их расчет внесистемные сделки, сделки РЕПО, а также сделки, заключенные с выпусками облигаций, проданными Банком России с обязательством обратного выкупа. Накопленный купонный доход не учитывается при определении суммарного объема сделок.

В базу расчета включаются выпуски облигаций, коэффициент ликвидности по которым превышает или равен 0,4.

2.3.2. Параметрическая модель *G*-кривой

Кривая бескупонной доходности определяется таким образом, чтобы расчетные доходности облигаций оптимальным образом приближали фактические доходности сделок с этими облигациями.

Для описания *G*-кривой используется параметрическая модель Нельсона-Сигеля с добавлением корректирующих членов (для непрерывно начисляемой процентной ставки):

$$R_{(t)} = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\frac{\tau}{t}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] - \beta_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) +$$

$$+ g_1 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) + g_2 \exp\left(-\frac{(t-1)^2}{2}\right) + g_3 \exp\left(-\frac{(t-2)^2}{2}\right), \quad (2.8),$$

где первая строка – модель Нельсона-Сигеля, а вторая – корректирующие добавки для более точного описания *G*-кривой.

В рамках данной модели *G*-кривая однозначно определяется набором из 7 параметров: β_0, β_1, β_2, τ, g_1, g_2, g_3.

Бескупонная доходность в форме спот-доходности с годовой капитализацией процентов связана с непрерывно начисляемой доходностью соотношением (в базисных пунктах):

$$Y_{(t)} = 10000\left[\exp\frac{R_{(t)}}{10000} - 1\right], \quad (2.9),$$

а дисконтная функция представляется выражением:

$$D_{(t)} = \exp\left(-\frac{R_{(t)}}{10000}t\right) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Y(t)}{10000}\right)^t}. \quad (2.10).$$

2.3.3. Методика перерасчета параметров *G*-кривой

Вектор параметров *G*-кривой $\chi = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3)$ пересчитывается после совершения каждой сделки с облигациями, для которой выполняются следующие условия:

– выпуск облигаций входит в базу расчета;

– до погашения выпуска облигаций остается не менее 30 дней.

Пересчет параметров *G*-кривой осуществляется следующим образом. Пусть χ_{n-1} – значение вектора после обработки сделки $n-1$, YTM_n – доходность сделки с номером *n.* Тогда новый вектор параметров χ_n получается в результате следующих шагов:

1) Для выпуска облигаций, с которым произошла сделка по формуле (2.10) для каждой даты выплат t_i рассчитывается дисконтный коэффициент $D(t_i)$ и определяется расчетная цена выпуска:

$$B(\chi_{n-1}) = \sum_{i=1}^{N} D(t_i)C_i, \qquad (2.11)$$

гдеN – количество предстоящих выплат по данному выпуску;
C_i – соответствующие объемы выплат, выраженные в процентах от непогашенной части номинальной стоимости выпуска.

2) Определяется расчетная доходность к погашению $YTM(\chi_{n-1})$ по процедуре, установленной на рынке ГКО-ОФЗ, исходя из расчетной цены $B(\chi_{n-1})$.

3) Численным методом рассчитывается вектор частных производных h функции $YTM(\chi)$ в точке χ_{n-1}.

4) Покомпонентно рассчитывается новая оценка χ_n:

$$\left.\begin{array}{l} \chi_{n,j} = \chi_{n-1,j} + \dfrac{h_j\gamma_j^2\Delta_n}{Q+\Lambda+d\Delta_n^2}, \quad если \quad \Delta_n^2 \lhd \dfrac{Q+\Lambda}{d} \\[3em] \chi_{n,j} = \chi_{n-1,j} + \dfrac{h_j\gamma_j^2}{2\sqrt{(Q+\Lambda)d}} sign(\Delta_n), \quad если \quad \Delta_n^2 \geq \dfrac{Q+\Lambda}{d} \end{array}\right\}, \qquad (2.12)$$

где j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 – номера компонентов,

$$\Delta_n = YTM_n - YTM(\chi_{n-1}), \qquad (2.13)$$

$$Q = \sum_{j=1}^{7} h_j^{\,2}\gamma_j^{\,2}, \qquad (2.14)$$

где γ_j – среднеквадратическое отклонение погрешности оценки параметра $\chi_{n,j}$,

Λ – дисперсия погрешности наблюдения, расчет которой приведен в пункте 2.3.5 настоящей Методики.

Функция *sign ()*обозначает знак (плюс или минус) выражения, находящегося в скобках.

В случае значительного отличия YTM_n от $YTM(\chi_{n-1})$ для предотвращения резкой, скачкообразной реакции кривой величина Δ_n ограничивается способом, приведенном в пункте 2.3.4 настоящей Методики.

5) Если $\chi_{n,4} \le 0{,}3$, т. е. если параметр τ стал меньшим или равным 0,3 – расчеты, осуществляемые в соответствии с пунктом 4) настоящего раздела, аннулируются; γ_4 обнуляется и снова выполняется пункт 4) настоящего раздела. После этого параметру γ_4 возвращается прежнее значение.

Из оценки χ_n при совершении следующей сделки получается оценка χ_{n-1} и так далее, т. е. алгоритм реккурентный.

2.3.4. Ограничение спрэдов

В процессе пересчета параметров *G*-кривой по формуле (2.12) осуществляется анализ спрэдов, определяемых по формуле (2.13). Если величина спрэда превышает пороговый уровень M_k, установленный для данного *k*-го выпуска, спрэд искусственно ограничивается значением M_k или $-M_k$ в зависимости от знака спрэда.

Величины M_k определяются одновременно с пересмотром базы расчета *G*-кривой согласно следующему порядку:

1) В соответствии с пунктом 2.3.1 настоящей Методики определяется база расчета для нового периода.

2) Для новой базы расчета, полученной согласно пункту 1) настоящего раздела, осуществляется расчет *G*-кривой на ретроспективном периоде, стартуя со значений $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3$ на начало ретроспективного периода.

3) Для полученных в пункте 2) настоящего раздела вспомогательных G-кривых определяются последовательности спрэдов для каждого выпуска облигаций из новой базы расчета.

4) Для каждого выпуска облигаций из новой базы расчета величина M_k определяется как уровень, выше которого лежит 5% значений спрэдов, взятых по абсолютной величине.

Дополнительно для каждого выпуска облигаций определяется среднеквадратическое отклонение спрэдов σ_k. Нормированные границы по выпуску облигаций рассчитываются по формуле:

$$m_k = \frac{M_k}{\sigma_k}, \tag{2.15}$$

2.3.5. Учет объема совершаемых сделок

На дату пересмотра базы расчета G-кривой для каждого выпуска, включенного в новую базу расчета, определяется средний объем сделки за ретроспективный период $(\overline{w_k})$ путем деления величины V_k на T_k (порядок их расчета приведен в пункте 2.3.1 настоящей Методики). При обработке сделки с k-м выпуском облигаций погрешность наблюдения Λ, используемая в формуле (2.12) рассчитывается по формуле:

$$\Lambda = \max\left((40\exp(-0{,}5t) + 10^2, \sigma_k^2\right) * \left(\frac{\overline{w_k}}{w_k}\right)^{0,2}, \tag{2.16}$$

где t – срок до погашения выпуска облигаций в долях года;

w_k – объем совершенной сделки;

σ_k – среднеквадратическое отклонение спрэдов облигаций k-го выпуска.

2.3.6. Пересмотр численных параметров модели

Численные значения параметров $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_7, d$ подбираются методом максимального правдоподобия одновременно с пересмотром базы расчета G-кривой. Для этого многократно осуществляется расчет G-кривой на ретроспективном периоде. Критерием оптимальности является:

$$-\sum_{n=1}^{\Xi}\left(\frac{\Delta_n{}^2}{\theta_n}+\log\theta_n\right)\to\max, \qquad (2.17)$$

где
$$\theta_n = Q + \Lambda + d\Delta^2{}_n, \qquad (2.18)$$

n – номер сделки;

Ξ – общее количество сделок за рассматриваемый ретроспективный период.

2.3.7. Расчетные цены и расчетные доходности

После получения согласно разделу 2.3.3 настоящей Методики очередной оценки χ_n на основании этих параметров определяются расчетные цены и расчетные доходности всех выпусков облигаций, находящихся в обращении на рынке ГКО-ОФЗ, в соответствии с разделом 2.3.3 настоящей Методики.

2.3.8. Раскрытие информации

Информация о виде и значениях *G*-кривой, базе расчета, численных значениях параметров $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6, \gamma_7, d$, величинах σ_k, $m_k, \overline{w_k}$, а также о средних арифметических значениях $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau, g_1, g_2, g_3$, рассчитанных по итогам каждого торгового дня, раскрываются на официальном сайте ЗАО ММВБ.

На официальном сайте ЗАО ММВБ *G*-кривая отображается в графическом и табличном виде в соответствии с формулой (2.9), однако доходности указываются в процентах годовых [11].

Помимо этого, на официальном сайте ЗАО ММВБ также публикуются расчетные доходности всех выпусков облигаций, находящихся в обращении на рынке ГКО-ОФЗ.

2.4. Определение курсовой стоимости и доходности долгосрочных облигаций

Определение курсовой стоимости ценных бумаг основано на принципе *дисконтирования*. Инвестор приобретает ценную бумагу, чтобы получать доходы, которые она приносит. Поэтому для ответа на вопрос, сколько сегодня должна стоить та или иная ценная бумага, необходимо определить дисконтированную стоимость всех доходов, которые она принесет.

Технику определения курсовой стоимости можно представить в три действия [2]:

1) Определяем поток доходов, который ожидается по ценной бумаге.

2) Находим дисконтированную (сегодняшнюю) стоимость величины каждого платежа по бумаге.

3) Суммируем дисконтированные стоимости. Данная сумма и представляет собой курсовую стоимость ценной бумаги.

После того как мы привели общий принцип расчета курсовой стоимости, рассмотрим определение курса различных видов облигаций.

2.4.1. Определение курсовой стоимости купонной облигации

Рассмотрим пример.

Пример.

Номинал облигации равен 1 млн руб., купон – 20%, выплачивается один раз в год, до погашения остается три года. На рынке доходность на инвестиции с уровнем риска, соответствующим данной облигации, оценивается в 25%. Определить курсовую стоимость бумаги.

Решение.

Определяем поток доходов, который принесет облигация инвестору за три года. В конце каждого года инвестор получит купон в сумме 200 тыс. руб., и в конце третьего года ему выплатят сумму номинала в размере 1 млн руб. Таким образом, облигация принесет следующий поток доходов.

Таблица 2.2

Потоки доходов по купонной облигации

Год	1 год	2 год	3 год
Сумма	200 тыс руб.	200 тыс руб.	200 тыс руб.

Определяем дисконтированную стоимость суммы каждого платежа по облигации. Для первого платежа она равна:

$$\frac{200\,000}{1+0{,}25}=160\ 000\ \textit{руб.}$$

Для второго платежа:

$$\frac{200\ 000}{(1+0{,}25)^2}=128\ 000\ \textit{руб.}$$

Для третьего платежа:

$$\frac{1\ 200\ 000}{(1+0{,}25)^3}=614\ 400\ \textit{руб.}$$

Определим цену облигации:

$$160\ 000+128\ 000+614\ 400=902\ 400\ \textit{руб.}$$

Запишем формулу определения цены облигации в символах:

$$P=\frac{C}{1+r}+\frac{C}{(1+r)^2}+\frac{C+N}{(1+r)^n}, \qquad (2.19)$$

где P – цена облигации;

C – купон;

N – номинальная стоимость облигации;

n – число полных лет до погашения облигации;

r – доходность до погашения облигации.

В формуле (2.19) появилось такое понятие, как доходность до погашения (или доходность к погашению).

Доходность до погашения – это доходность в расчете на год, которую обеспечит себе инвестор, если, купив облигацию, продержит ее до погашения. В нашем примере, заплатив за облигацию 902 400 рублей, вкладчик обеспечил себе ежегодную доходность из расчета 25% годовых. Если владелец облигации продаст ее до момента погашения, то, как правило, он не получит данного уровня доходности, так как конечный результат его операции будет зависеть от цены продажи облигации на рынке.

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n}. \qquad (2.20)$$

Важным шагом при расчете цены облигации является определение ставки дисконтирования. Она должна соответствовать уровню риска инвестиций. В нашем примере она составляет 25%. На практике ее можно взять, например, из котировок брокерских компаний по облигациям с похожими характеристиками. Ее также можно определить аналитически, разложив ставку на составные части. Ставку дисконтирования можно представить следующим образом:

$$r = r_f + I + i + r_e, \qquad (2.21)$$

где r_f – ставка без риска, т. е. ставка по инвестициям, для которых отсутствует риск; в качестве такой берут доходность по государственным ценным бумагам для соответствующих сроков погашения;

I – премия за ликвидность;

i – темп инфляции;

r_e – реальная ставка процента.

Например, если $r_f = 15\%,\quad r_e = 5\%,\quad I = 2\%,\quad i = 3\%,$ тогда $r = 15 + 5 + 2 + 3 = 25\%$.

Ставка без риска (r_f) может учитывать инфляцию. Однако, если инвестор предполагает, что инфляция будет развиваться более высокими темпами, он также учтет это в ставке дисконтирования. Приобретая облигацию, инвестор сталкивается с риском ликвидности, который связан с тем, насколько быстро и по какой цене можно продать бумагу. Поэтому данная величина должна найти отражение в ставке дисконтирования.

Рассмотрим еще один пример.

Пример.

N=1 млн. руб., купон – 20%, доходность до погашения – 15%, до погашения остается три года.

$$P = \frac{200\,000}{1{,}15} + \frac{200\,000}{(1{,}15)^2} + \frac{1\,200\,000}{(1{,}15)^3} = 1\ 114\,161{,}26\ \textit{руб.}$$

В данном случае цена облигации оказалась выше номинала. Такая ситуация объясняется тем, что, согласно условиям примера, рынок требует по облигации доходность до погашения на уровне 15% годовых. Однако по ней выплачивается более высокий купон – 20%.

Между курсовой стоимостью и доходностью до погашения облигации существуют следующие зависимости.

Цена облигации и доходность до погашения в обратной связи. При повышении доходности цена облигации падает, при понижении – возрастает. Если доходность до погашения выше купонного процента, облигация продается со скидкой. Если доходность до погашения ниже купонного процента, облигация продается с премией. Если доходность до погашения равна купонному проценту, цена облигации равна номиналу. При понижении доходности до погашения на 1% цена облигации возрастает в большей степени в сравнении с ее падением при увеличении доходности до погашения на 1%.

Как уже отмечалось, котировки облигаций приводятся в процентах к номинальной стоимости. Поэтому при определении курсовой стоимости облигации можно пользоваться не величинами в денежном выражении, а в процентах. В этом случае номинал принимается за 100%. В качестве иллюстрации запишем приведенный выше пример с использованием процентов:

$$P = \frac{20}{1{,}15} + \frac{20}{(1{,}15)^2} + \frac{120}{(1{,}15)^3} = 111{,}416126\%\,.$$

Купон по облигации может выплачиваться чаще, чем один раз в год в таком случае формула (2.20) примет вид:

$$P = \frac{C/m}{1 + r/m} + \frac{C/m}{(1 + r/m)^2} + \frac{C/m + N}{(1 + r/m)^n}\,, \qquad (2.22)$$

где m – частота выплаты купона в течение года.

Как видно из формулы (2.22), количество слагаемых увеличивается в m раз. Дополним наш последний пример условием, что купон, выплачивается два раза в год, и найдем цену облигации:

$$P = \frac{200\,000/2}{1{,}15/2} + \frac{200\,000/2}{(1{,}15/2)^2} + \frac{200\,000/2}{(1{,}15/2)^3} + \frac{200\,000/2}{(1{,}15/2)^4} + \frac{200\,000/2}{(1{,}15/2)^5} +$$

$$+ \frac{200\,000/2 + 1\,000\,000}{(1{,}15)^6} = 1\,117\,346{,}16 \ \textit{руб.}$$

Формулы (2.20) и (2.22) можно привести к более удобному виду, учитывая тот факт, что выплата купонов представляет собой не что иное, как аннуитет:

$$P = \frac{C}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right] + \frac{N}{(1+r)^n}, \tag{2.23}$$

и

$$P = \frac{C}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^{nm}}\right] + \frac{N}{(1+r)^{nm}}. \tag{2.24}$$

или

$$P = \frac{C}{r}\left[N - \frac{C}{r}\right] + \frac{1}{(1+r)^n}, \tag{2.25}$$

$$P = \frac{C}{r}\left[N - \frac{C}{r}\right] + \frac{1}{(1+r)^{nm}}. \tag{2.26}$$

Приведенные выше примеры позволяют рассчитать чистую цену облигации, т. е. цену на основе целых купонных периодов. Однако, бумаги продаются и покупаются также в ходе купонного периода. Поэтому следует ответить на вопрос, каким образом рассчитать полную цену облигации, т. е. цену, скорректированную на размер накопленных к моменту сделки сумму купонных процентов. Общий подход и в данном случае останется прежним, т. е. необходимо дисконтировать будущие доходы с учетом времени, которое остается до их получения.

Пример.

N =100 тыс. руб., r = 20%, купон равен 10% и выплачивается один раз в год. До погашения облигации остается два года 345 дней. Определить цену облигации.

Цена облигации составит:

$$P=\frac{10\,000}{(1{,}2)^{\frac{345}{365}}}+\frac{10\,000}{(1{,}2)^{1\frac{345}{365}}}+\frac{110\,000}{(1{,}2)^{2\frac{345}{365}}}=79\,727{,}72\ руб.$$

В данном примере первый купон инвестор получит через 345 дней, второй – через один год и 345 дней, третий купон вместе с номинальной стоимостью – через два года 345 дней. В общем виде формула для определения цены облигации для такого случая, когда купон выплачивается один раз в год, имеет следующий вид:

$$P=\sum_{n=1}^{n}\frac{C}{(1+r)^{v}(1+r)^{n-1}}+\frac{N}{(1+r)^{v}(1+r)^{n-1}}, \qquad (2.27)$$

где $v=\frac{t}{365}$, – число дней с момента сделки до выплаты очередного купона; n – целое число лет, которое остается до погашения облигации, включая текущий год.

Если купон выплачивается m раз в год, то число купонных периодов в формуле (2.27) корректируется на m, как было показано выше, а в знаменателе формулы (2.27) вместо 365 дней указывается число дней в купонном периоде.

2.4.2. Определение курсовой стоимости среднесрочной и долгосрочной бескупонных облигаций

Формулу определения курсовой стоимости бескупонной облигации можно получить из формулы (2.27). Поскольку по облигации не выплачиваются купоны, то $C=0$ и формула (2.27) примет вид:

$$P=\frac{N}{(1+r)^{n}}. \qquad (2.28)$$

Пример.

N =10 тыс. руб., r = 20%, n = 3 года. Определить P.

$$P=\frac{10\,000}{(1+0{,}2)^{3}}=5\,786{,}00\ руб.$$

Если до погашения облигации остается не целое число лет, то формула (2.28) примет вид:

$$P = \frac{N}{(1+r)^{v}(1+r)^{n-1}}, \tag{2.29}$$

где n – целое число лет, которое остается до погашения облигации, включая текущий год;

$v = \frac{t}{365}$, – число дней с момента сделки до начала целого годового периода для облигации.

На практике приходится сравнивать купонные и бескупонные облигации. В этом случае необходимо помнить о следующем правиле. Если по купонным облигациям процент выплачивается m раз в год, то формулу (2.28) следует также скорректировать, а именно:

$$P = \frac{N}{(1+r/m)^{nm}}. \tag{2.30}$$

2.4.3. Определение курсовой стоимости государственных облигаций

Цена ГКО определяется по формуле:

$$P = \frac{N}{1+{rt}/{365}}, \tag{2.31}$$

где N – номинал ГКО;

r – доходность до погашения;

t – количество дней от момента сделки до погашения ГКО.

Пример.

N =1 млн руб., r = 15%, t = 60 дней. Определить цену ГКО.

Цена ГКО равна:

$$P_{ГКО} = \frac{1\,000\,000}{1+0{,}15*{60}/{365}} = 975\,936 \textit{ руб.}$$

Цена ОФЗ-ПК и ОГСЗ определяется стандартным способом, т. е. будущие доходы по облигациям дисконтируются к сегодняшнему дню и суммируются. Особенностью ОФЗ-ПК и ОГСЗ является то, что купоны у них плавающие, и их величина изменяется в зависимости от ситуации на рынке ГКО. Поэтому инвестору необходимо вначале сделать прогноз относительно ситуации на рынке ГКО. Затем оценить величину будущих купонов и дисконтировать их номинал к сегодняшнему дню.

Мы рассмотрели формулы определения курсовой стоимости облигаций. Они позволяют инвестору рассчитать приемлемый для него уровень цены бумаги. В то же время это не означает, что облигации на рынке обязательно будут продаваться по найденной цене. Так происходит потому, что различные вкладчики по-разному могут оценивать риск приобретения облигации, и, следовательно, использовать несколько отличные ставки дисконтирования. Кроме того, на цену будут также влиять силы спроса и предложения. Если спрос превышает предложение, то это создаст потенциал к повышению цены, если предложение больше спроса, то – к понижению.

2.5. Дюрация облигаций

Риск изменения цены облигации, в первую очередь, связан с риском изменения процентных ставок. Поэтому необходимо определить показатель, который являлся бы мерой такого риска. Чтобы определить приблизительное изменение облигации при небольшом изменении доходности до погашения, возьмем первую производную по r для формулы определения цены облигации:

$$\frac{dP}{dr} = \left(\sum_{t=1}^{n} \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n} \right) \tag{2.32}$$

или $$\frac{dP}{dr} = \frac{(-1)C}{(1+r)^2} + \frac{(-2)C}{(1+r)^3} + ... + \frac{(-n)C}{(1+r)^{n+1}} + \frac{(-n)N}{(1+r)^{n+1}}, \tag{2.33}$$

или $$\frac{dP}{dr} = -\frac{1}{1+r} \left[\sum_{t=1}^{n} \frac{t \times C}{(1+r)^t} + \frac{n \times N}{(1+r)^n} \right], \tag{2.34}$$

где P – цена облигации;

dP – изменение цены облигации;

r – доходность до погашения;

dr – изменение доходности до погашения;

C – купон облигации;

N – номинал облигации;

n – число лет до погашения облигации.

Сумма в квадратных скобках в правой части уравнения (2.34) представляет собой средневзвешенное время до погашения купонов и номинала облигации, где весами выступают приведенные стоимости платежей.

Например, если облигация погашается через три года, то выражение в квадратных скобках уравнения (2.34) примет вид:

$$\frac{C}{(1+r)^3}.$$

С помощью уравнения (2.34) можно приблизительно определить изменение цены облигации при малом изменении доходности до погашения. Разделим обе части уравнения (2.34) на P:

$$\frac{dP}{dr}\times\frac{1}{P}=-\frac{1}{1+r}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{t\times C}{(1+r)^t}+\frac{n\times N}{(1+r)^n}\right]\times\frac{1}{P}. \tag{2.35}$$

Решение уравнения (2.35) позволяет судить об изменении цены облигации. Величину правой части уравнения (2.35)

$$\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{t\times C}{(1+r)^t}+\frac{n\times N}{(1+r)^n}\right]\times\frac{1}{P}.$$

называют *дюрацией Маколея*. Обозначим ее через D. Дюрация представляет собой эластичность цены облигации по процентной ставке и поэтому служит мерой риска изменения цены облигации при изменении процентной ставки.

Наглядно это можно показать следующим образом. Продифференцируем уравнения (2.34) по $(1+r)$:

$$\frac{dP}{d(1+r)}=-\frac{1}{1+r}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{t\times C}{(1+r)^t}+\frac{n\times N}{(1+r)^n}\right], \tag{2.36}$$

Умножим обе части уравнения (2.36) на $\frac{1+r}{P}$:

$$\frac{dP}{d(1+r)}\times\frac{1+r}{P}=-\frac{1}{1+r}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{t\times C}{(1+r)^t}+\frac{n\times N}{(1+r)^n}\right]\times\frac{1+r}{P} \tag{2.37}$$

или

$$\frac{dP/P}{d\,(1+r)/(1+r)}=-\frac{1}{P}\left[\sum_{t=1}^{n}\frac{t\times C}{(1+r)^t}+\frac{n\times N}{(1+r)^n}\right], \tag{2.38}$$

или $$\frac{dP/P}{d(1+r)/(1+r)} = -D. \quad (2.39)$$

Левая часть уравнения (2.39) – это эластичность цены облигации относительно доходности до погашения (или более точно относительно $(1+r)$).

Как видно из уравнения (2.39), чем меньше величина дюрации, тем в меньшей степени величина цена облигации будет реагировать на изменение процентной ставки и наоборот. Перед дюрацией стоит знак минус. Это говорит о том, что доходность до погашения и цена облигации изменяются в противоположном направлении.

Модифицированная дюрация облигации определяется равенством:

$$D_{мод} = \frac{D}{1 + r/m}, \quad (2.40)$$

где D – дюрация Маколея;

r – доходность до погашения;

m – купонный период.

Основное свойство дюрации – при малых изменениях доходности до погашения имеет место равенство:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{мод} \times \Delta r. \quad (2.41)$$

Пример.

Номинал облигации 1 млн руб., купон 20% и выплачивается один раз в год, до погашения остается 3 года, доходность до погашения 20%. Цена облигации равна 1 млн руб. Определить дюрацию облигации.

Дюрация равна:

$$D = \left[\frac{1 \times 200\,000}{1+0{,}2} + \frac{2 \times 200\,000}{(1+0{,}2)^2} + \frac{3 \times 1\,200\,000}{(1+0{,}2)^3}\right]\frac{1}{1\,000\,000} = 2{,}53\ года.$$

Тогда модифицированная дюрация находится следующим образом:

$$D_{мод} = \frac{2{,}53}{1+0{,}2} = 2{,}108\ года.$$

Если доходность до погашения увеличится на 1% (100 базисных пунктов), то:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{мод} \times \Delta r = -2{,}108 \times 0{,}01 = -0{,}02108\,,$$

т. е. цена облигации упадет на 2%.

Если же доходность до погашения уменьшится на 2% (200 базисных пунктов), то:

$$\frac{\Delta P}{P} = -D_{мод} \times \Delta r = -2{,}108 \times (-0{,}02) = 0{,}04216\,,$$

т.е. цена облигации возрастет на 4,2%.

В случае необходимости можно определить изменение цены облигации в денежных единицах. Для последнего случая изменение цены облигации составит:

$$\Delta P = -D_{млд} \times \Delta r \times P = -2{,}108 \times (-0{,}02) \times 1\,000\,000 = 42160\ руб.$$

Дюрация, в том числе модифицированная, имеет следующие характеристики [3]:

1. Она меньше времени до погашения облигации или равна ей в случае облигации с нулевым купоном. Модифицированная дюрация бескупонной облигации также меньше времени до ее погашения.
2. Как правило, чем меньше купон облигации, тем больше дюрация, так как больший удельный вес выплат по облигации приходится на момент ее погашения. Чем выше купон облигации, тем меньше ее дюрация.
3. При прочих равных условиях, чем больше времени до погашения облигации, тем больше дюрация.
4. Чем больше дюрация, тем выше риск изменения цены облигации.
5. При повышении доходности до погашения дюрация уменьшается, при понижении доходности до погашения дюрация возрастает.

2.6. Типовые ситуации с долгосрочными облигациями

Ситуация 1

Облигация приобретена по курсовой цене 1500 руб., погашается через 10 лет по номиналу 1000 руб. Определить ставку дополнительного дохода и совокупную доходность за весь срок займа, если годовая купонная ставка равна 9%.

<u>*Решение*</u>

Владелец облигации имеет убыток капитала, поскольку цена приобретения выше номинала. Сумма убытка за десять лет займа:

$\Delta P_n = P_н - P_{пок} = 1000 - 1500 = -500$ руб.

Дополнительная убыточность за 10 лет:

$i_{дуn} = \dfrac{\Delta P}{P_{пок}} = \dfrac{-500}{1500} = -0{,}333$, или – 33,3%.

Ежегодный убыток капитала:

$\Delta P_{год} =$ -500 : 10 = – 50 руб.

Годовая убыточность:

$i_{ду} = \dfrac{\Delta P}{P_{пок} \times n} = \dfrac{-500}{1500 \times 10} = -0{,}033$, или –3,3%.

Сумма годового купонного дохода:

$I_k = i_k \times P_н = 0{,}09 \times 1000 = 90$ руб.

Ставка купонного дохода, или текущая доходность:

$i = \dfrac{I_k}{P_{пок}} = \dfrac{90}{1500} = 0{,}06$, или 6%.

Годовую совокупную доходность определяем двумя способами:

1. $i_{сд} = \dfrac{I_{сд}}{P_{пок}} = \dfrac{90-50}{1500} = 0{,}027$, или 2,7%.

2. $i_{сд} = i + i_{ду} = 6 - 3{,}3 = 2{,}7\%$.

Совокупный доход за весь срок займа:

$I_{СДn} = I_{kn} + \Delta P_n = 90 \times 10 - 500 = 400$ руб.

Совокупная доходность за срок займа:

$i_{СДh} = \dfrac{I_{СДn}}{P_{пок}} = \dfrac{400}{1500} = 0{,}267$, или 26,7%.

За десять лет займа владелец облигации с каждого инвестированного рубля получит 0,267 руб. совокупного дохода.

Ситуация 2

Облигация номиналом 100 тыс. руб. под 20% годовых погашается по тройному номиналу. На какой срок размещается заем при условиях наращения и дисконтирования по простой учетной ставке?

<u>*Решение*</u>

Наращение по формуле простых процентов предполагает, что доход начисляется ежегодно по процентной ставке. В этом случае срок займа исчисляется по формуле:

$$n_1 = \frac{S - P_н}{i_k \times P_н} = \frac{300 - 100}{0{,}2 \times 100} = 10 \text{ лет.}$$

Ситуация 3

Курсовая цена облигации 3500 руб., ставка банковского процента 16%, погашение облигации производится через год по номинальной цене 3000 руб. Какой должна быть купонная ставка?

<u>*Решение*</u>

И для инвестора, и для эмитента важным вопросом является размер купонных выплат по облигациям. При его решении руководствуются основным правилом инвестирования: вложение денег в облигацию должно обеспечивать тот же доход, что и помещение капитала в банк:

$$i_б \times P_{рын} \approx i_k \times P_н + \Delta P.$$

Подставив данные из условия, получим:

$$0{,}16 \times 3500 = i_k \times 3000 - 500.$$

Преобразовав равенство, получаем:

$$i_k = \frac{0{,}16 \times 3500 + 500}{3000} = 0{,}353, \text{ или } 35{,}3\%.$$

Ситуация 4

По муниципальной облигации номиналом 15 тыс. руб., выпущенной на 6 лет, предусмотрен следующий порядок начисления процентов: в первый год – 10%, в два последующих года – 20%, в оставшиеся три года –25%. Выполните следующие финансовые расчеты:

1) Определить наращенную стоимость облигации по простой процентной ставке;

2) Составить план наращения первоначальной стоимости по простым ставкам;

3) Определить наращенную стоимость облигации по сложной процентной ставке;

4) Составить план наращения первоначальной стоимости по сложным процентам.

Решение

Значение ставки процента дискретно изменяется во времени, при этом первый период начисления равен 1 году, второй – 2 годам, третий – 3 годам. Определим наращенную стоимость к моменту погашения облигации по простой процентной ставке:

$S = P_н \times (1 + i_k \times n)$,

где S – наращенная стоимость облигации;

n – срок займа.

$S = 15 \times (1 + 1 \times 0{,}1 + 2 \times 0{,}2 + 3 \times 0.25) = 15 \times (1 + 1{,}25) = 33{,}75$ тыс. руб.

Составим план наращения стоимости по простой процентной ставке, дискретно изменяющейся во времени:

Период начисления	Сумма процентов	Наращенная стоимость
n	$I = S - P$	S
0	-	15
1	1,5	16,5
2	7,5	22,5
3	18,75	33,75

Рассчитаем наращенную стоимость к моменту погашения облигации по сложной процентной ставке:

$S = P_н \times (1 + i_c)^n$,

где S – наращенная стоимость облигации;

n – срок займа;

i_c – годовая процентная ставка.

$S = 15 \times (1 + 0{,}1)^1 \times (1 + 0{,}2)^2 \times (1 + 0{,}25)^3 = 15 \times 1{,}1 \times 1{,}44 \times 1{,}953125 = 46{,}41$ тыс. руб.

Составим план наращения стоимости по сложной процентной ставке, дискретно изменяющейся во времени:

Период начисления	Сумма процентов	Наращенная стоимость
n	$I = S - P$	S
0	-	15
1	1,5	16,5
2	8,76	23,76
3	31,41	46,41

Контрольные вопросы

1. Какие облигации относятся к долгосрочным?
2. В каких случаях по облигации может быть получен дополнительный прирост (убыток) капитала?
3. Дайте определение понятия иммунизации прибыли по облигации.
4. В чем значение *G*-кривой для принятия инвестиционных решений в отношении облигаций?
5. Перечислите основные этапы расчета *G*-кривой.
6. Сколько параметров лежит в основе модели Нельсона-Сигеля?
7. Дайте определение категории «дюрация облигации».
8. В чем отличия дюрации Маколея от модифицированной дюрации?
9. Перечислите основные характеристики, присущие дюрации облигаций.

ГЛАВА 3. ОЦЕНКА ДОХОДНОСТИ ОПЕРАЦИЙ С АКЦИЯМИ

3.1. Показатели доходности акций

Понятие акции. Официальное юридическое определение акции дается в Федеральном законе «О рынке ценных бумаг»: **акция** – это эмиссионная ценная бумага, закрепляющая права ее владельца (акционера) на получение части прибыли акционерного общества в виде дивидендов, на участие в управлении акционерным обществом и на часть имущества, остающегося после его ликвидации [7].

Доходность операций с акциями определяется:

– правом на часть распределяемой прибыли акционерного общества (*дивиденд*);

– возможностью перепродажи акции по цене, большей стоимости покупки (*дополнительный доход*).

Дивиденд – слово, имеющее латинское происхождение и означающее часть от деления. Применительно к акции – это доля распределяемой прибыли АО, приходящаяся на одну акцию в обращении, т. е. размещенную акцию. Дивиденд иначе называемый *текущим (дивидендным) доходом*, представляется в абсолютных денежных единицах:

$$I_Д = \frac{РП}{K_{разм}}, \qquad (3.1)$$

где $I_Д$ – дивидендный доход;

$РП$ – размер распределенной прибыли акционерного общества;

$K_{разм}$ – количество размещенных акций.

Количество выплачиваемых дивидендов зависит от *дивидендной политики* акционерного общества (АО), которая в свою очередь определяется рядом *факторов*: положением с наличностью, перспективами роста, стабильностью доходов, производственных потребностей в капитале, репутацией акционерного общества [8].

Платить или не платить дивиденды – является делом конкретного акционерного общества. Но одинаково проблематична судьба акционерных обществ, одно из которых вообще не платит дивиденды, а второе отдает на их выплату большую часть прибыли. В первом случае акции теряют привлекательность для акционеров из-за потери текущего дохода, но для них сохраняется надежда на рост имущества АО и рост курсовой стоимости. Во втором случае, получая высокий текущий доход, акционеры должны задуматься об источниках развития АО.

Зрелые опытные компании могут платить большие дивиденды, молодые направляют доход на расширение производства.

За рубежом в зависимости от проводимой акционерным обществом дивидендной политики акции подразделяются на *акции роста*, которые покупаются, главным образом, в надежде получить приращение стоимости капитала и росте прибылей в будущем, и *акции дохода*, которые приобретаются в основном ради дивидендов [4].

Отношение дивиденда к номинальной цене акции, выраженное в процентах, называется *ставкой дивиденда*:

$$i_Д = \frac{I_Д}{P_н} \times 100\%. \qquad (3.2)$$

Отношение текущего дохода к инвестированным средствам, выраженное коэффициентом или в процентах, называется *текущей доходностью*, или *ставкой текущего дохода*, и характеризует рентабельность инвестированного капитала:

$$i_{ТД} = \frac{I_Д}{P_{пок}} \times 100\%. \qquad (3.3)$$

В переводной литературе по рынку ценных бумаг ставку текущего дохода иногда называют *рендитом* и обозначают буквой *R*.

Кроме дивиденда важным фактором доходности акции является ожидание владельца, что курс акции возрастет. Продав акцию по новой цене, владелец получит *дополнительный доход*. Соотнеся дополнительный доход с ценой покупки акции, получим его процентное выражение – *дополнительную доходность,* или *процентную ставку дополнительного дохода*:

$$i_{ДД} = \frac{I_{ДД}}{P_{пок}} = \frac{P_{рын} - P_{пок}}{P_{пок}} \times 100\%. \qquad (3.4)$$

В таблице 3.1 представлена система показателей, отражающих доходность акций [5].

Таблица 3.1

Система показателей, характеризующих доходность акций

Наименование показателей	**Содержание**	**Формула**
Дивиденд (текущий доход)	Размер распределенной прибыли акционерного общества, приходящейся на одну акцию в обращении	$I_Д = \frac{РП}{К_{разм}}$
Ставка дивиденда	Процентная ставка годового текущего дохода, исчисляемая отношением годового дивиденда к номинальной цене акций	$i_Д = \frac{I_Д}{P_н}$
Рендит (текущая доходность, ставка текущего дохода)	Процентная ставка годового текущего дохода, исчисляемая отношением годового дивиденда к цене покупки акций (инвестированному капиталу)	$i_{ТД}(R) = \frac{I_Д}{P_{пок}}$
Дополнительный (спекулятивный) доход, или курсовая разница	Разница цены продажи и покупки акции	$I_{ДД} = P_{рын} - P_{пок}$
Дополнительная (спекулятивная) доходность, или ставка дополнительного (спекулятивного) дохода	Процентная ставка дополнительного дохода, исчисляемая отношением курсовой разницы к инвестированному капиталу	$i_{ДД} = \frac{I_{ДД}}{P_{пок}}$
Совокупный (конечный) доход	Сумма дивидендов и курсовой разницы	$I_{СД} = I_Д + I_{ДД}$
Совокупная (конечная) доходность (ставка совокупного, или конечного, дохода)	Процентная ставка совокупного дохода, исчисляемая отношением совокупного дохода к инвестированному капиталу	$i_{СД} = \frac{I_{СД}}{P_{пок}}$
Чистый дивиденд	Сумма дивиденда после удержания налога	$I_Д^ч = k_3 I_Д$
Чистый дополнительный доход	Сумма дополнительного дохода после уплаты налога на прибыль	$I_{ДД}^ч = k_4 I_{ДД}$
Чистый совокупный доход	Сумма совокупного дохода после удержания налога на дивиденды и налога на прибыль по дополнительному доходу	$I^ч{}_{СД} = I^ч{}_Д + I^ч{}_{ДД}$

Окончание таблицы 3.1

Наименование показателей	Содержание	Формула
Чистая текущая доходность	Процентная ставка чистого годового текущего дохода, исчисляемая отношением чистого годового дивиденда к инвестированному капиталу	$i^{ч}{}_{ТД}(R^{ч}) = \dfrac{I^{ч}{}_{Д}}{P_{пок}}$
Чистая дополнительная доходность	Процентная ставка чистого дополнительного дохода, исчисляемая отношением чистого совокупного дохода к инвестированному капиталу	$i^{ч}{}_{ДД} = \dfrac{I^{ч}{}_{ДД}}{P_{пок}}$
Чистая совокупная доходность	Процентная ставка чистого совокупного дохода, исчисляемая отношением чистого совокупного дохода к инвестированному капиталу	$i^{ч}{}_{СД} = \dfrac{I^{ч}{}_{СД}}{P_{пок}}$
где k_3	ставка налога на дивиденды	
k_4	ставка налога на прибыль	

3.2. Определение курсовой стоимости акций

С точки зрения теоретического подхода, цена обыкновенной акции должна определяться дисконтированием всех доходов, т. е. дивидендов, которые будут выплачены по ней. Тогда формула определения курсовой стоимости принимает вид

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_{ivt}}{(1+r)^t}, \qquad (3.5)$$

где D_{ivt} – дивиденд, который будет выплачен в периоде t;

r – ставка дисконтирования (доходность), которая соответствует уровню риска инвестирования в акции данного акционерного общества.

Как видно из формулы (3.5), она неудобна для определения курсовой стоимости акции, поскольку сложно определить уровень дивидендов, которые уходят в бесконечность, так как акция является бессрочной бумагой.

Формула (3.5) несколько видоизменится, если инвестор планирует владеть акцией некоторое время, а затем продать. Данный стиль поведения инвестора является наиболее характерным на рынке и связан с деловым циклом акционерного общества. Если вкладчик приобретает акцию молодой компании, то он рассчитывает на ее активный рост, связанный с открытием рынков новой продукции или завоеванием уже существующих рынков с помощью новых технологий. Данный период роста акционерного общества в случае успеха связан с высокими доходами. Однако через некоторое время акционерное общество вступает в период зрелости, когда темп роста доходов сокращается вследствие насыщения рынка его продукцией. В этом случае акцию целесообразно продать. Аналогичные рассуждения относятся и к уже зрелым компаниям. Периодически они реализуют новые проекты, которые должны принести увеличение доходов, но с течением времени их потенциал также исчерпывается. Инвестор может равняться и на динамику экономического цикла, когда в условиях подъема предприятия получают более высокие доходы, а в период спада их прибыли сокращаются. Таким образом, если инвестор планирует в будущем продать акцию, то он может оценить ее стоимость по формуле

$$P = \sum_{t=1}^{n} \frac{D_{ivt}}{(1+r)^t} + \frac{P_n}{(1+r)^n}, \qquad (3.6)$$

где P_n – стоимость акции в конце периода n, когда инвестор планирует продать ее.

В данной формуле, как и в первой, сложность возникает как с прогнозированием дивидендов, так и с прогнозированием цены будущей продажи акции.

Простейшая модель прогнозирования дивидендов предполагает, что они будут расти с постоянным темпом. Тогда дивиденд для любого года можно рассчитать по формуле

$$D_{iv_t} = D_{iv_0}(1+g)^t, \qquad (3.7)$$

где D_{iv_0} – дивиденд, выплаченный за базисный год (т. е. уже известный дивиденд);

g – темп прироста дивидендов.

Темп прироста дивидендов определяют на основе данных по выплате дивидендов за предыдущие годы. Наиболее просто это сделать по принципу средней геометрической, т. е. взять отношение дивиденда за последний известный период к дивиденду за первоначальный период и извлечь корень степени, соответствующей количеству рассматриваемых периодов и вычесть единицу, а именно:

$$g = \sqrt[n-1]{\frac{Div_n}{Div_0}} - 1. \qquad (3.8)$$

Темп прироста дивидендов также можно определить на основе темпа прироста прибыли компании, если коэффициент выплаты дивидендов (отношение суммы дивидендов к полученной прибыли) остается величиной постоянной. Тогда темп прироста прибыли компании равен темпу прироста дивидендов. Для крупных компаний коэффициент выплаты дивидендов будет величиной более или менее устойчивой на протяжении относительно длительных периодов времени.

Удобнее определять курсовую стоимость по формуле:

$$P = \frac{D_{iv_t}}{r - g}, \qquad (3.9)$$

где D_{iv_t} – размер дивиденда интересующего нас года; его можно определить по формуле (3.7).

Формула (3.9) выведена для следующих условий: предполагается, что дивиденд растет постоянными темпами и $r \succ 0$.

Пример.

За истекший год дивиденд составил 200 рублей на акцию, темп прироста дивиденда равен 5%, ставка дисконтирования составляет 25%. Определить курсовую стоимость акции.

Решение.

$$D_{iv_t} = D_{iv_0}(1+g)^t = 200 \times (1+0{,}05) = 210 \ \textit{руб.},$$

$$P = \frac{D_{iv_t}}{r-g} = \frac{210}{0{,}25-0{,}05} = 1050 \text{ } руб.$$

Если инвестор предполагает, что начиная с некоторого момента компания вступит в новую фазу развития, он может учесть данный факт при определении цены акции. Данное условие можно представить следующей формулой:

$$P = \sum_{t=1}^{n} D_{iv_0} \frac{(1+g_1)^t}{(1+r)^t} + \frac{1}{(1+r)^n} \frac{D_{iv_{n+1}}}{(r-g_2)}, \tag{3.10}$$

где g_1 – темп прироста дивиденда за первый период, который будет продолжаться n лет;

g_2 – темп прироста дивиденда за последующие годы;

D_{iv_0} – объявленный дивиденд за истекший год;

r – ставка дисконтирования.

Если компания выплачивает одинаковые дивиденды, то цена акции определяется по формуле:

$$P = \frac{D_{iv}}{r}. \tag{3.11}$$

В каждой из приведенных формул ключевым элементом при оценке стоимости акции является величина дивиденда. В то же время компании роста могут не выплачивать дивиденды. Каким же образом оценить курс их акций? В теории делается допущение: если акционерное общество не выплачивает дивиденды, то этот период завершится со вступлением в фазу зрелости, когда окончится ее экстенсивный рост. Поэтому инвестор должен определить момент времени, когда будет выплачен первый дивиденд, и подставить полученные данные в формулу

$$P = \frac{D_{iv_n}}{(1+r)^{n-1}(r-g)}. \tag{3.12}$$

Пример.

Вкладчик прогнозирует, что через пять лет акционерное общество выплатит дивиденд на акцию в 500 рублей, ставка дисконтирования равна 30%, темп прироста прибыли компании составляет 10%. Определить курсовую стоимость акции.

Решение.

$$P = \frac{D_{iv_n}}{(1+r)^{n-1}(r-g)} = \frac{500}{(1+0,3)^4(0,3-0,1)} = 875,32 \text{ } руб.$$

3.3. Определение доходности акций

Принимая решение купить акцию на определенный период времени, инвестору необходимо оценить доходность от операции. Аналогичным образом, после завершения операции следует оценить ее фактическую доходность. Доходность операции с акцией, которая занимает несколько лет, можно по формуле

$$r = \frac{(P_{рын} - P_{пок})/n + D_{iv}}{(P_{рын} - P_{пок})/2}, \tag{3.13}$$

где $P_{рын}$ – цена продажи акции;

$P_{пок}$ – цена покупки акции;

D_{iv} – средний дивиденд за n лет (определяется как среднее арифметическое);

n – число лет от покупки до продажи акций.

Пример.

Инвестор купил акцию за 2 тыс. рублей и продал через три года за 3 тыс. рублей; за первый год ему выплатили дивиденд в размере 100 рублей, за второй – 150 рублей, за третий – 200 рублей. Определить доходность операции вкладчика.

Решение.

Средний дивиденд за три года равен: $D_{iv} = \frac{100+150+200}{3} = 150 \text{ } руб.$

$$r = \frac{(P_{рын} - P_{пок})/n + D_{iv}}{(P_{рын} - P_{пок})/2} = \frac{(3000-2000)/3+150}{(3000-2000)/2} = 0,9667$$ или 96,67% годовых

Если покупка и продажа происходят в рамках года, то доходность можно определить по формуле

$$r = \frac{(P_{рын} - P_{пок} + D_{iv})}{P_{пок}} \frac{365}{t}, \tag{3.14}$$

где t – число дней с момента покупки до момента продажи акции.

(Если за прошедший период дивиденд не выплачивался, то он исключается из формулы).

В приведенных выше формулах мы не учитывали ни налоговых платежей, ни комиссионных.

3.4. Определение форвардной цены

С точки зрения теории, в вопросе определения форвардной цены можно выделить две концепции [8]. Первая состоит в том, что форвардная цена возникает как следствие будущих ожиданий участников срочного рынка относительно будущей цены спот. Вторая концепция строится на арбитражном подходе.

Что касается первого взгляда, то он вполне понятен. Участники экономических отношений пытаются учесть и проанализировать всю доступную им информацию относительно будущей конъюнктуры и определить будущую цену спот. Арбитражный подход строится на технической взаимосвязи между форвардной и текущей спотовой ценами, которая определяется существующей на рынке ставкой без риска. В его основе лежит положение о том, что инвестор, с точки зрения финансового решения, должен быть безразличен в вопросе приобретения базисного актива на спотовом рынке сейчас или по форвардному контракту в будущем.

Рассмотрим арбитражный подход более подробно. Чтобы показать существо вопроса, допустим, что ставки по кредитам и депозитам равны, и инвестор имеет возможность занимать базисный актив на время без уплаты процентов.

Рассмотрим данный вопрос вначале на примере акции, по которой в период действия форвардного контракта не выплачиваются дивиденды.

Допустим, инвестор желает владеть через полгода акцией АО «Свет». Он может получить акцию двумя путями: купить ее сегодня на спотовом рынке или по форвардному контракту через полгода. Как мы отметили выше, с финансовой точки зрения, он должен быть безразличен к выбору первого или второго варианта. Предположим, что в момент заключения форвардного контракта цена спот акции равна 1000 руб., ставка без риска 20%, контракт заключается на полгода. Необходимо определить форвардную цену.

Если инвестор решает купить акцию по форвардному контракту, то сегодня он может разместить на полгода под ставку без риска сумму, равную спотовой цене акции. Через полгода он получит сумму:

$$1000\left(1+\frac{0,2}{2}\right)=1100\ \textit{руб.}$$

Если форвардная цена будет равна 1100 руб. за акцию, то расходы инвестора будут одинаковы как в первом, так и во втором случаях.

Для нашего примера форвардная цена должна равняться именно 1100 руб., в противном случае откроется возможность совершить процентный арбитраж и заработать прибыль без всякого риска.

Покажем это на примере.

Пример.

Допустим, что фактическая форвардная цена ниже рассчитанной теоретической форвардной цены и равна 1050 руб. Тогда арбитражер сегодня:

а) покупает форвардный контракт по цене 1050 руб.;

б) занимает у брокера акцию;

в) продает акцию на спотовом рынке за 1000 руб. и размещает их на полгода под 20%.

Через полгода он:

а) получает от инвестирования 1000 руб. сумму в 1100 руб.;

б) уплачивает по контракту за акцию 1050 руб. и возвращает ее брокеру.

Прибыль арбитражера равна:

$$1100-1050=50\ \textit{руб.}$$

Допустим теперь, что фактическая форвардная цена выше теоретической форвардной цены и равна 1150 руб. Тогда арбитражер сегодня:

а) продает форвардный контракт по цене 1150 руб.;

б) занимает 1000 руб. под 20% на полгода и покупает на них акцию, чтобы хранить ее полгода.

Через полгода он:

а) поставляет по контракту акцию за 1150 руб.;

б) возвращает кредит в сумме 1000 руб.

Прибыль арбитражера равна:

$$1150 - 1100 = 50 \text{ } \textit{руб.}$$

Формулу определения форвардной цены можно представить в следующем виде:

$$F = S\left(1 + r_f \frac{t}{365}\right), \qquad (3.15)$$

где F – форвардная цена;

S – спотовая цена;

r_f – ставка без риска;

t – период времени до истечения форвардного контракта.

Данную формулу можно использовать не только для акций, но и для бескупонных облигаций.

Пример.

Цена спот краткосрочной облигации равна 85%, ставка без риска 20%. Определить форвардную цену облигации с поставкой через месяц.

$$F = S\left(1 + r_f \frac{t}{365}\right) = 85\left(1 + \frac{0{,}2}{12}\right) = 86{,}42\% .$$

Форвардную цену бескупонной облигации можно также определить дисконтирование номинала под форвардную процентную ставку, а именно:

$$F = \frac{100}{1 + r_f \, (t/365)}, \qquad (3.16)$$

где t – период времени с момента поставки облигации по контракту до ее погашения.

Пример.

Форвардная процентная ставка составляет 15%, от момента поставки облигации по контракту до ее погашения остается 30 дней. Определить форвардную цену.

$$F = \frac{100}{1 + r_f\,(t/365)} = \frac{100}{1 + 0{,}15\,(30/365)} = 98{,}78\% \,.$$

Если на акцию выплачивается дивиденд в период действия форвардного контракта, то форвардную цену необходимо скорректировать на его величину, так как, приобретя контракт, инвестор не получит дивиденд.

Рассмотрим вначале наиболее простой случай: дивиденд выплачивается перед самым моментом истечения контракта. Тогда инвестор теряет только дивиденд. Форвардная цена равна:

$$F = S\left(1 + r_f \frac{t}{365}\right) - D_{iv}\,, \tag{3.17}$$

где D_{iv} – дивиденд.

Вместо абсолютного значения дивиденда можно воспользоваться ставкой дивиденда. Тогда формула (3.17) примет вид:

$$F = S\left(1 + (r_f - d)\frac{t}{365}\right), \tag{3.18}$$

где d – ставка дивиденда в расчете на год.

Пример.

Цена спот акции 1000 руб., ставка без риска – 20%, ставка дивиденда – 10%, определить форвардную цену контракта, который заключается на 182 дня.

$$F = S\left(1 + (r_f - d)\frac{t}{365}\right) = 1000\left(1 + (0{,}2 - 0{,}1)\frac{182}{365}\right) = 1049{,}86 \text{ \textit{руб.}}$$

Рассматриваемый случай предполагает, что дивиденд выплачивается в некоторый момент времени в период действия контракта. Тогда покупатель контракта теряет не только дивиденд, но и проценты от его реинвестирования до момента истечения срока действия контракта. В этом случае формула (3.17) примет вид:

$$F = S\left(1 + r_{f2}\frac{t_2}{365}\right) - D_{iv}\left(1 + r_{f2,1}\frac{t_2 - t_1}{365}\right), \qquad (3.19)$$

где t_1 – день выплаты дивиденда;

t_2 – срок действия контракта;

$r_{f2,1}$ – ставка без риска для периода $t_2 - t_1$.

В формуле (3.19) вместо абсолютного значения дивиденда можно воспользоваться значением его приведенной стоимости к моменту заключения форвардного контракта. Она равна:

$$D = \frac{D_{iv}}{1 + r_1\,(t_1/365)}, \qquad (3.20)$$

где r_1 – ставка без риска для периода t_1.

Тогда можно сказать, что покупатель контракта теряет доход от инвестирования приведенной стоимости дивиденда на весь период действия контракта, и формула (3.19) примет вид:

$$F = (S - D)\left(1 + r_f\frac{t}{365}\right). \qquad (3.21)$$

Рассмотренные выше формулы применимы и для процентных инструментов. В таком случае вместо дивиденда учитывается купон, выплачиваемый на базисный актив.

3.5. Типовые ситуации с акциями

Ситуация 1

Уставный капитал акционерного общества в сумме 1 млн рублей разделен на 9 тыс. обыкновенных и 1 тыс. привилегированных акций. Предполагаемый размер прибыли к распределению между акционерами – 200 тыс. руб. Фиксированная ставка дивиденда по привилегированным акциям – 20%. Номинальная цена всех акций одинакова.

Определить, на получение какого дивиденда могут рассчитывать владельцы обыкновенных и привилегированных акций.

<u>*Решение*</u>

Учитывая, что номинал всех акций одинаков, определим номинальную цену:

$$P_н = \frac{УК}{К_{разм}} = \frac{1000}{9+1} = 100 \text{ руб.},$$

где $УК$ – уставный капитал;

$К_{разм}$ – количество размещенных акций.

Размер дивиденда по привилегированной акции исчислим по формуле

$$I_Д^{пр} = i_Д \times P_н = 0{,}2 \times 100 = 20 \text{ руб.}$$

По всем привилегированным акциям будет выплачен дивиденд:

$$РП^{пр} = I_Д \times К_{разм}^{пр} = 20 \times 1 = 20 \text{ тыс. руб.}$$

Определим объем распределяемой прибыли, приходящийся на обыкновенные акции:

$$РП^{об} = РП - РП^{пр} = 200 - 20 = 180 \text{ тыс. руб.}$$

Дивиденд на обыкновенную акцию составит:

$$I_Д^{об} = \frac{РП^{об}}{К_{разм}^{об}} = \frac{180}{9} = 20 \text{ руб.}$$

Ситуация 2

Акция номиналом 15 руб. со ставкой дивиденда 25% приобретена по двойному номиналу и продана после выплаты годовых дивидендов, обеспечив владельцу 0,5 руб. с каждого инвестированного рубля.

Определить курс акции в момент ее продажи.

Решение

Используя формулу совокупной доходности, получим:

$$i_{СД} = \frac{I_Д + I_{ДД}}{P_{пок}} = \frac{i_Д \times P_н + (P_{рын} - P_{пок})}{P_{пок}} = \frac{0{,}25 \times 15 + (P_{рын} - 2 \times 15)}{2 \times 15} = 0{,}5 .$$

После несложных преобразований получим:

$$i_{СД} = \frac{3{,}75 + P_{рын} - 30}{30} = 0{,}5 \qquad P_{рын} = 30 \times 0{,}5 + 26{,}25 = 41{,}25 \text{ руб.}$$

Определяем курс акции в момент продажи:

$$К_{ак} = \frac{P_{рын}}{P_н} \times 100\% = \frac{41{,}25}{15} \times 100\% = 275\%$$

Ситуация 3

Акция номиналом 100 руб. куплена с коэффициентом 1,7 и продана владельцем на четвертый год после приобретения. В первый год уровень дивиденда составил 15 руб., во второй год *рендит* (R_2) оценивался в 20%, в третий год ставка дивиденда определялась в 45%.

Определить показатели доходности за время владения акцией.

Решение

По условию задачи уровень дивиденда в первый год:

$I_{Д1} = 15\ руб.$

Сумму дивиденда второго года определяем по формуле

$I_{Д2} = R_2 \times P_{пок} = R_2 \times 1{,}7P_н = 0{,}2 \times 1{,}7 \times 100 = 34\ руб.$

Размер дивидендов третьего года определяем по формуле

$I_{Д3} = i_{Д3} \times P_н = 0{,}45 \times 100 = 45\ руб.$

Сумма дивидендов, выплаченных за три года, составит:

$\sum I_Д = I_{Д1} + I_{Д2} + I_{Д3} = 15 + 34 + 45 = 94\ руб.$

Текущая доходность (рендит) за три года составит:

$R = \dfrac{I_Д}{P_{пок}} = \dfrac{94}{170} = 0{,}55$ или 55%.

Ситуация 4

Акционерное общество за три года своего существования выплатило дивиденды в размере 23, 28, 32 руб. при ставке по депозитным банковским вкладам 16, 18, 22%. Определить насколько объективна рыночная цена акций общества, составляющая на дату расчета 45 руб.

Решение

Определяем расчетную ставку по формуле

$$P_{расч} = \frac{I_{Д1}}{(1+i)^1} + \frac{I_{Д2}}{(1+i)^2} + ... + \frac{I_{Д\infty}}{(1+i)^\infty},$$

$$P_{расч} = \frac{23}{(1+0{,}16)^1} + \frac{28}{(1+0{,}18)^2} + \frac{32}{(1+0{,}22)^3} = 19{,}83 + 20{,}11 + 17{,}62 = 57{,}56 \text{ руб.}$$

Расчетная реальная цена акции составляет 57,56 рублей, что больше фактической рыночной цены 45 рублей, следовательно, акции данного акционерного общества рынком *недооценены*.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение термина «акция».
2. Перечислите источники дохода по акции.
3. Чем привлекательны для инвестора акции роста?
4. Какие факторы влияют на цену акции?
5. Как определяется ставка дивиденда?
6. Дайте определение понятия «рендит», каково его значение?
7. Какова взаимосвязь темпа прироста дивидендов и темпа прироста прибыли акционерного общества?
8. Назовите две концепции, согласно которым определяется форвардная цена акции.
9. В чем разница в определении форвардной цены акции, по которой не выплачивается вознаграждение в период действия форвардного контракта, и акцией, по которой выплачиваются дивиденды?

ГЛАВА 4. РАСЧЕТ ЦЕНЫ ПРОИЗВОДНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

4.1. Основные типы производных финансовых инструментов

Опционы, форвардные и фьючерсные контракты относятся к так называемым производным финансовым инструментам (derivatives). Финансовый инструмент называется *производным финансовым инструментом*, если его стоимость зависит от цены некоторого базисного актива (товара, валюты, акции, облигации), процентной ставки, фондового индекса, температуры или иного количественного показателя. В общем случае базисный актив называется *основой* (underlying, underlying variable) [10]. В дальнейшем более привычный термин базисный актив используется в расширительном смысле как синоним основы.

Обычно стоимость производного инструмента не определяется ценой базисного актива однозначно, а зависит также и от множества других факторов, однако влияние цены базисного актива наибольшее. Кроме того, наряду с ценовой всегда присутствует очевидная функциональная взаимосвязь базисного актива и производного инструмента. В частности, если по каким-либо причинам базисный актив перестает существовать, то это автоматически делает невозможным и обращение производного инструмента. У сложных производных инструментов базисных активов может быть несколько [10].

Производный инструмент, в свою очередь, может выступать в роли базисного актива для другого производного инструмента. Большинство производных инструментов относится к срочным инструментам.

Простейшим примером срочного инструмента является форвардный контракт. Это – соглашение, по которому одна из сторон обязуется в установленный будущий день поставить, а другая сторона – оплатить определенное количество товара или финансового актива по заранее оговоренной цене. От сделки с немедленной поставкой и оплатой форвард отличается отсроченностью даты исполнения, отсюда название всего класса. Очевидно, что при достижении договоренности относительно будущей фиксированной цены каждая из сторон в значительной степени опирается на текущую цену предмета сделки, и в этом смысле форвард является производным инструментом, а объект сделки – его базисным активом. Форвардные контракты не обязательно заключаются с целью приобретения или продажи базисного актива. Распространенной операцией является последовательное заключение форвардных контрактов сначала со стороны покупателя, а затем со стороны продавца (или наоборот). При этом контрагенты могут быть разными, но условия контракта, за исключением цены, – одинаковыми. Целью таких операций является получение прибыли на разности цен. При этом форвардные контракты как бы отрываются от предмета сделки, становясь самостоятельным финансовым инструментом. Таким образом возникли и закрепились выражения «купить форвардный контракт» и «продать форвардный контракт». В качестве цены форварда принимается цена базисного актива, по которой он должен быть поставлен и оплачен в будущем. Минимальный интервал между датой заключения сделки и датой исполнения, при котором инструмент квалифицируется как срочный, варьируется в зависимости от базисного актива. Как правило, к срочным относятся операции, расчеты по которым отстоят от текущей даты более чем на два дня. Сделка с исполнением на второй рабочий день считается заключенной на условиях «спот». Обобщенно, для любого базисного актива спот (или наличным, кассовым) рынком является рынок инструментов с практически немедленным исполнением.

Рынок производных инструментов сегодня является важной и бурно развивающейся частью мирового финансового рынка. В этой области происходит наибольшее число инноваций, к которым применимо понятие финансового инжиниринга. На рисунке 4.1 схематично изображены основные типы производных инструментов и взаимосвязи между ними. Биржевой рынок в основном представлен фьючерсами и обычными опционами, хотя в условиях усиливающейся конкуренции со стороны внебиржевого рынка биржи вводят менее традиционные для них контракты (например, структурированные продукты).

Форварды, фьючерсы и обычные опционы являются как бы элементарными «кирпичиками», из которых формируются более сложные производные инструменты.

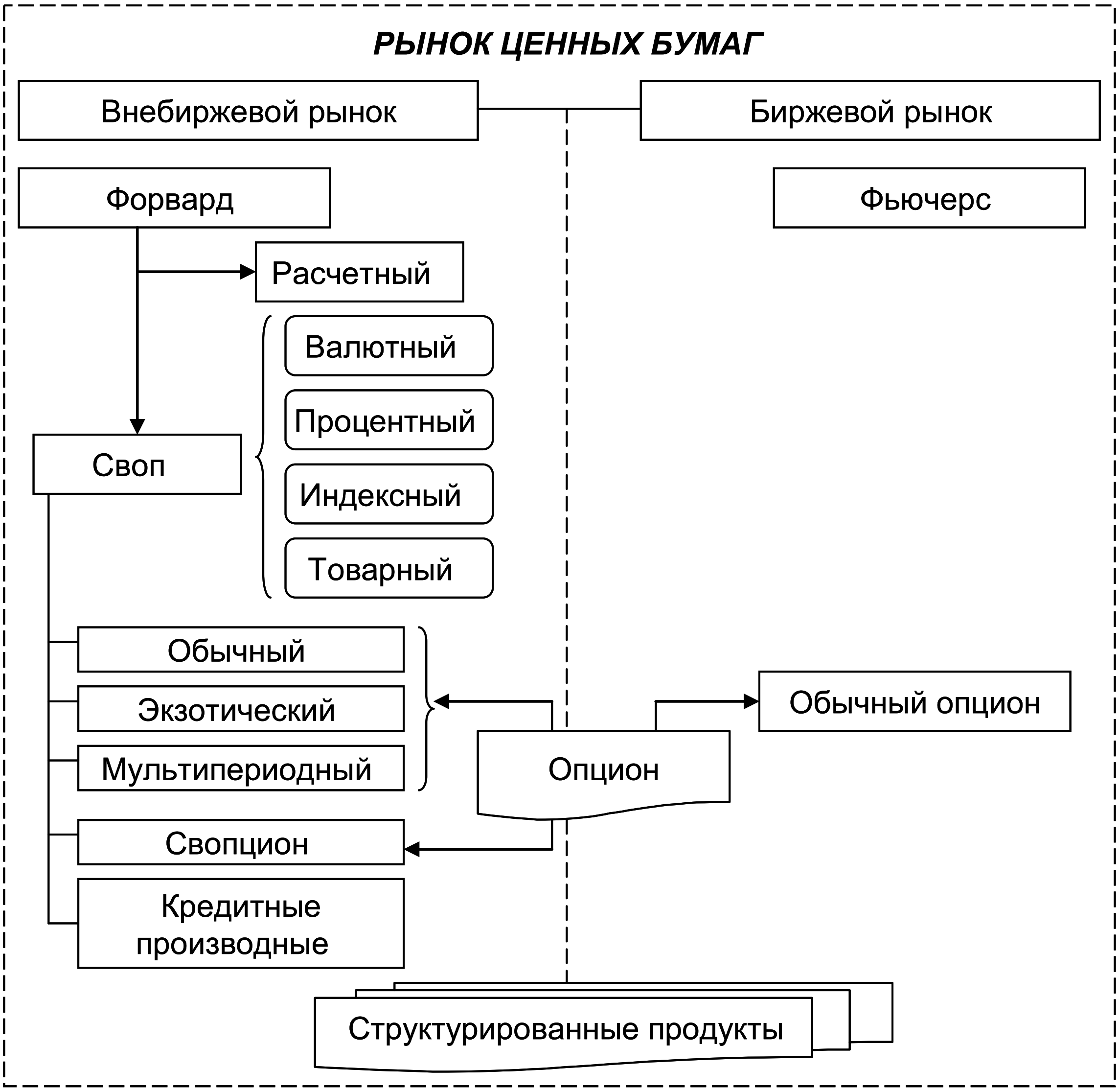

Рис. 4.1. Основные типы производных инструментов

Торговля опционами была впервые открыта 26 апреля 1976 года на Чикагской опционной бирже, хотя на внебиржевом рынке они обращались давно (по меньшей мере 100 лет). Для инвесторов опцион – дополнительный инвестиционный инструмент и средство управления риском (хеджирования).

Опцион – это сделка, дающая право его владельцу купить или продать определенное количество ценных бумаг по фиксированной цене в течение оговоренного срока [7].

Фиксированная цена называется ценой исполнения, а дата окончания срока действия опциона – датой истечения его срока. Покупая опцион, покупатель платит его продавцу премию, или иначе *цену опциона*. Премия, уплачиваемая при покупке опциона, – единственная переменная величина сделки; все остальные условия и суммы не подлежат изменению. Цена опциона формируется под влиянием спроса и предложения. Различают опционы *колл* и *пут*.

Опцион колл (опцион на покупку) предоставляет его владельцу право купить в будущем ценную бумагу по фиксированной цене – цене исполнения опциона. Премия, уплачиваемая за приобретение опциона, обычно составляет лишь небольшую часть цены базовой бумаги, лежащей в основе опциона. В итоге покупатель опциона выигрывает или теряет на изменении цены бумаги, фактически не владея ею; покупка этих ценных бумаг, лежащих в основе опциона, обошлась бы покупателю опциона гораздо дороже. Вместе с тем владелец опциона хорошо знает, что убыток, который возможен, не превысит суммы премии, уплаченной за опцион, поэтому он может отказаться от его исполнения, если к наступлению срока его исполнения рыночная цена базовой бумаги, лежащей в основе, окажется ниже цены, зафиксированной в опционе (цены исполнения).

Владелец (покупатель) опциона выплачивает продавцу своеобразные комиссионные – премию – в расчете на единицу базисного актива, которая называется *ценой, или полной стоимостью опциона* (подобно цене страхового полиса).

Цена базисного актива (его единицы), согласованная в опционном договоре, называется *ценой исполнения (реализации) опциона*, или *контрактной ценой*.

Пример.

Проведя фундаментальный технический анализ компании *X,* инвестор считает, что ее акции будут расти в цене в следующие три месяца; текущая цена акции – 50 долл. Если покупать сами акции, то за 100 акций необходимо заплатить сразу 5000 долл. (не считая комиссионных). Но можно приобрести опцион, заплатив премию в размере 5 долл. за акцию, т. е. 500 долл. за 100 акций. Опцион куплен в январе, а срок его истекает в феврале. Если за этот срок акции упали в цене, то максимальный убыток владельца опциона будет равен уплаченной премии, т. е. 500 долл. Этот убыток можно понизить, продав опцион на вторичном рынке по любой цене.

Если, как надеется инвестор, цена акций возрастет, купив акции по фиксированной цене (цене исполнения опциона) и продав их по более высокой цене, он получит прибыль.

Класс – опционные контракты, в основе которых лежит один и тот же базисный актив. *Серия* – опционы одного класса, выписанные на одинаковый срок по одинаковой цене исполнения.

В зависимости *от сроков* исполнения существуют опционы:

✓ *европейские* – могут быть исполнены в момент их погашения;

✓ *американские* – могут быть исполнены в любое время до истечения срока их действия (даты погашения).

Опцион пут предоставляет право его держателю продать в будущем ценную бумагу по фиксированной цене – цене исполнения. Как и в случае с колл-опционом, речь идет о *праве,* но не об обязательстве продать ценную бумагу, и если к моменту исполнения опциона рыночная цена этой бумаги окажется выше фиксированной (цена исполнения), то владелец пут-опциона имеет право его не исполнять.

Предлагая опцион, его продавец, прежде всего, получает доход в виде премии, уплаченной покупателем, которая составляет часть общей доходности портфеля продавца.

Размер премии опциона в каждом отдельном случае зависит от [4]:

– существующего (или предполагаемого) соотношения между текущей ценой бумаги, лежащей в основе опциона, и ценой его исполнения;

– ценовых колебаний акций или иных ценных бумаг, лежащих в основе опциона;

– времени, оставшегося до срока исполнения опциона;

– сложившегося на данный момент уровня процентных ставок и прогноза их изменения;

– доходности ценных бумаг, лежащих в основе опциона.

Существуют первичный и вторичный рынки опционов. Опционная торговля при этом организуется в форме внебиржевого (главным образом межбанковского) рынка и на базе фондовых бирж.

Таблица 4.1

Позиции участников опционной торговли [4]

Тип опциона	**Опцион “call”**	**Опцион “put”**
Покупка (long)	Длинный «call» – владение опционом на покупку (владение правом купить лежащий в основе опционного договора актив)	Длинный «put» – владение опционом на продажу (владение правом продать соответствующий базисный актив)
Продажа (short)	Короткий «call» – выписка опциона на покупку (выписка обязательства поставить базисный актив по требованию держателя опциона)	Короткий «put» – выписка опциона на продажу (выписка обязательства принять соответствующий базисный актив по требованию держателя опциона)

Опционы, которые обращаются на биржах, называются *котируемыми*. Надо заметить, что эмиссия опционов на ЦБ каких-либо компаний никак не отражается на капитале этих компаний, их сводных балансах и доходах. С точки зрения игры на фондовых рынках отличия опциона от фьючерса состоят в следующем:

– заключение фьючерсного контракта не является актом купли-продажи;

– расчет по истечении срока фьючерсного контракта (в отличие от расчета по опциону) обязателен;

– риск, связанный с фьючерсной сделкой, значительно выше.

Кроме спекулятивных целей, операции с опционами проводятся для осуществления хеджирования – фондового страхования своих портфелей ценных бумаг, хотя строго разделить данные операции по указанным целям весьма затруднительно.

4.2. Методика расчета цены опциона и коэффициента «дельта»

1. Настоящая Методика [10] устанавливает порядок расчета теоретической цены опциона и коэффициента «дельта».

2. В целях настоящей Методики под опционами понимаются все опционные контракты, базовым активом которых является один и тот же фьючерсный контракт, с одинаковой датой последнего дня срока заключения этих опционных контрактов, а под опционом понимается любой из указанных опционов (опцион с любой ценой исполнения).

3. Теоретическая цена опциона рассчитывается на основании его теоретической волатильности.

4. Теоретическая волатильность по каждому опциону рассчитывается на основании заявок по всем опционам.

Подразумеваемая рыночная волатильность опционов различается на разных страйках (ценах исполнения), образуя кривую волатильности (кривую зависимости волатильности от страйка при определенном значении цены фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона). Указанная кривая волатильности определяется на основании заявок по всем опционам и представляется в параметрическом виде с использованием шести параметров:

$$\sigma = A + B \times (1 - \exp(-C * \gamma^2)) + \frac{D \times arctg(E \times \gamma)}{E}, \qquad (4.1)$$

$$\gamma = \chi - S, \qquad (4.2)$$

$$\chi = \ln\left(\frac{Strike}{F(t)}\right) / \sqrt{T}, \qquad (4.3)$$

где σ – волатильность, выраженная в процентах от цены фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона;

$Strike$ – страйк опциона;

$F(t)$ – цена фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, в текущий момент времени t;

T – время от текущего момента t до даты последнего дня заключения опциона.

Параметры A, B, C, D, E, S устанавливаются таким образом, чтобы для каждого страйка опциона значение кривой волатильности для данного страйка было выше подразумеваемой волатильности лучшей заявки на покупку и одновременно ниже подразумеваемой волатильности лучшей заявки на продажу по опциону с данным страйком. Подбор указанных параметров кривой волатильности осуществляется один раз в три минуты.

Значения теоретической волатильности рассчитываются каждые пять секунд с учетом изменения цены фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, и времени от текущего момента до даты последнего дня заключения опциона.

Цена фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, в текущий момент времени t ($F(t)$) определяется исходя из цен фьючерсных контрактов, заключенных на торгах ОАО «РТС», с учетом положений пункта 5 настоящей Методики.

Пересчет цены исполнения опциона в единицы измерения расчетной цены базового актива осуществляется в соответствии с порядком, определенным в спецификации соответствующего опциона с учетом положений Правил совершения срочных сделок Открытого акционерного общества «Фондовая биржа РТС».

5. Подразумеваемая волатильность заявки (подразумеваемая волатильность фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, для соответствующей заявки) определяется исходя из цены заявки в соответствии с моделью Блэка-Шоулса для европейских опционов на фьючерсы с нулевой процентной ставкой с учетом предположения о том, что движение цен на рынке базового актива

определяется стохастическим процессом, основанным на функции нормального распределения *N(x)* с параметрами $\mu = 0$ и $s = 1$:

$$N(\chi) = \int_{-\infty}^{\chi} \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \times e^{\frac{-(\chi-\mu)^2}{2\chi^2}} d\chi, \tag{4.4}$$

При этом существует следующая зависимость между ценой опциона на фьючерс $\Pr ice(t)$ в текущий момент времени t и волатильностью базового фьючерса σ при рыночной процентной ставке, равной нулю:

$$\Pr icecall(t) = F(t) \times N(d_1) - Strike \times N(d_2), \tag{4.5}$$

$$\Pr iceput(t) = \Pr icecall(t) + Strike - F(t), \tag{4.6}$$

где $\Pr icecall(t)$ – цена опциона на покупку (колл опциона) на текущий момент времени t;

$\Pr iceput(t)$ – цена опциона на продажу (пут опциона) на текущий момент времени t;

$F(t)$ – цена фьючерсного контракта, являющегося базовым активом на текущий момент времени t;

d_1 и d_2 определяются по следующим формулам:

$$d_1 = \frac{\ln(F(t)/Strike) + \sigma^2 \times T/2}{\sigma\sqrt{T}}, \tag{4.7}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \tag{4.8}$$

где T – время от текущего момента t до даты последнего дня заключения опциона включительно (в долях года);

σ – волатильность фьючерсного контракта, являющегося базовым активом, за год в долях от $F(t)$.

При определении цены фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, учитываются цены фьючерсных контрактов (цены заявок на заключение соответствующих фьючерсных контрактов), которые были заключены (поданы) на торгах ОАО «РТС» до момента времени *t*.

Цена фьючерсного контракта, являющегося базовым активом опциона, определяется по состоянию на текущий момент времени *t* в порядке, аналогичном порядку, установленному в Методике определения расчетной цены срочных контрактов, являющейся приложением к Правилам совершения срочных сделок Открытого акционерного общества «Фондовая биржа РТС» (далее – Методика определения расчетной цены), и/или спецификации соответствующего фьючерсного контракта.

При этом условия использования цен заявок на заключение соответствующих фьючерсных контрактов при определении цены фьючерсного контракта на момент времени *t* аналогичны порядку, установленному в Методике определения расчетной цены и/или спецификации соответствующего фьючерсного контракта.

6. Коэффициенты «дельта» рассчитываются по опционам на основании теоретической волатильности по следующим формулам:

$$D_C = \int_{-\infty}^{d_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{\frac{-\chi^2}{2}} d\chi, \tag{4.9}$$

$$D_P = D_C - 1, \tag{4.10}$$

где D_C – коэффициент «дельта» для опционов на покупку (колл опцион);

D_P – коэффициент «дельта» для опционов на продажу (пут опцион).

d_1 – коэффициент, рассчитываемый по следующей формуле:

$$d_1 = \frac{\ln(F(t)/Strike) + (r + \sigma^2/2) \times T}{\sigma\sqrt{T}}, \tag{4.11}$$

где $Strike$ – страйк опциона;

$F(t)$ – цена фьючерсного контракта, являющегося базовым активом на текущий момент времени t;

r – процентная ставка (в долях единицы);

T – время от текущего момента t до даты последнего дня заключения опциона включительно (в долях года).

Коэффициент «дельта» по опциону рассчитывается по итогам основной торговой сессии одновременно с теоретической ценой опциона.

Для расчета данного коэффициента, а также теоретической цены опциона всегда используется нулевая процентная ставка.

В целях расчета коэффициента «дельта», предусмотренного пунктом 9.5 Положения о порядке оказания услуг, способствующих заключению срочных договоров (контрактов), а также особенностях осуществления клиринга срочных договоров (контрактов), утвержденного приказом ФСФР России от 24.08.2006 № 06-95/пз-н [9], используется формула для расчета коэффициента «дельта» для опционов на покупку (D_C).

7. Изменения в настоящую Методику вносятся на основании приказа Председателя Правления ОАО «РТС».

Методика с внесенными в нее изменениями подлежит опубликованию на сайте www.rts.ru.

Изменения, внесенные в настоящую Методику, вступают в силу на второй рабочий день после опубликования на сайте www.rts.ru Методики с внесенными в нее изменениями, если иной срок вступления в силу указанных изменений не определен приказом Председателя Правления ОАО «РТС».

4.3. Расчеты по форвардным и фьючерсным контрактам

Сопоставим сделки на спот-рынке с форвардными и фьючерсными сделками с точки зрения движения денежных средств. В качестве предмета сделки на спот-рынке возьмем акцию. При покупке акции необходимо сразу заплатить контрагенту ее цену, а в момент покупки фьючерсного, как и форвардного, контрактов ничего платить не нужно. Если котировка акции растет, то владелец акции может продать акцию и немедленно получить в итоге разницу между ценой продажи и ценой покупки. Пока акция не продана, потенциальные прибыли владельца акции от роста ее курсовой стоимости могут быть оценены, но остаются нереализованными (при падении курсовой стоимости речь идет о нереализованных убытках).

Если предположить, что форвардный контракт ликвиден и покупатель контракта может в любой момент продать такой же контракт, закрыв позицию и зафиксировав тем самым свои прибыли/убытки, то форвардный контракт аналогичен акции. Однако все расчеты откладываются до дня исполнения контракта.

Как отмечалось, фьючерсный контракт в сущности представляет собой тот же форвардный контракт. Одно из существенных различий между ними заключается в способах расчета прибылей/убытков. Поясним это на примере.

Пример.

Пусть 7 июня 2011 года были заключены форвардный и фьючерсный контракты на поставку 100 акций Газпрома со сроком исполнения 17 июня 2011 года по цене 3350 рублей за 100 акций.

Курс, по которому акции продавались в конце каждой торговой сессии, и расчетная цена фьючерсного контракта изменялись по дням так, как указано в таблице 4.1 (здесь и далее символ @ означает «по цене»).

Таблица 4.1

Сопоставление расчетов по форварду и фьючерсу

Дата, июнь 2011 г.			7	10	11	13	14	17
Цена закрытия акций			3301	3392	3401	3444	3330	
Расчетная цена фьючерса			3360	3339	3386	3435	3340	
Прибыли (– убытки)	форвард @ 3350							–20
	фьючерс @ 3350	за день	10	–21	47	49	–95	–10
		итого	10	–11	36	85	–10	–20

Пусть условия форвардного контракта предусматривают завершение расчетов по поставке и оплате акций утром 17 июня, до начала торговой сессии. Если считать, что существенного скачка в цене акций между закрытием торговой сессии 14 июня и открытием 17 июня не происходит, то для оценки выгодности форвардного контракта его цену можно сопоставлять с ценой пакета акций на конец торговой сессии 14 июня, которая оказалась равна 3330. Для покупателя форвардный контракт оказался невыгодным, поскольку на дату исполнения контракта приобрести акции можно было по лучшему курсу. Если покупатель продаст полученный в результате исполнения форвардного контракта пакет акций в тот же день – 17 июня, то его убыток составит 3350 –3330 = 20 рублей. С другой стороны, если продавец контракта приобретет

100 акций 14 августа непосредственно перед поставкой и затем осуществит поставку по оговоренной в контракте цене, то получит прибыль в 20 рублей.

Для покупателя фьючерсного контракта ситуация отличается тем, что в день заключения сделки или предварительно он обязан перечислить на свой счет, который открывает ему биржа (клиринговая палата), определенную сумму, как минимум равную так называемой начальной марже – гарантийному обеспечению исполнения контракта. По итогам дня биржа в ходе клиринговой сессии определяет расчетную цену фьючерса и немедленно начисляет на счет покупателя разность между расчетной ценой и ценой, по которой был куплен фьючерс, а в последующие дни – разность между текущей расчетной ценой и расчетной ценой предыдущего торгового дня. Отрицательная величина означает текущие убытки, которые списываются со счета. После начисления/списания средств цена исполнения фьючерсного контракта для каждого участника торгов, имеющего открытые позиции по данному контракту, становится равна текущей расчетной цене. Эта процедура называется корректировкой позиций по рынку *(mark-to-market).*

Как следует из таблицы 4.1, покупатель получит 7 июня 10 рублей, так как расчетная цена фьючерса в этот день оказалась выше цены заключения сделки, на следующий день выплатит 21 рубль в связи с падением фьючерсной цены и т. д. На 14 апреля в результате ежедневных выплат покупатель окажется в убытке на 10 рублей. На следующий день за поставленный пакет акций он будет платить 3340 рублей.

Поскольку это дороже рыночной цены пакета на 10 рублей, окончательный убыток окажется равен тем же 20 рублям, что и в случае форвардного контракта. Рассматривая операцию по покупке и исполнению фьючерсного контракта в целом, видим, что пакет акций обошелся покупателю в те же 3350 рублей, на которые он рассчитывал в момент заключения контракта.

Если сравнивать фьючерсный контракт и акции, то покупатель акций немедленно оплачивает их цену, а при открытии фьючерсной позиции цена лишь фиксируется без уплаты или получения денег. При изменении курсовой стоимости акций владелец имеет потенциальные прибыли/убытки, не выражающиеся в виде каких-либо платежей до момента продажи акций, а открытая фьючерсная позиция влечет за собой ежедневные начисления/списания средств по мере изменения расчетной цены. Окончательный же результат как в случае продажи акций, так и в случае закрытия фьючерсной позиции равен разности между ценой продажи и ценой покупки, если временно отвлечься от вопросов, связанных с процентными ставками.

В общем случае, когда в течение торговой сессии один участник торгов совершает последовательно ряд сделок по определенному фьючерсному контракту по ценам $F_1, F_2 \dots, F_m$ объемами $n_1, n_2, \dots, n_m$, причем на конец предыдущего дня его открытая позиция равнялась OI_{-1}, а расчетные цены предыдущего и этого дня равны F_{-1}, F соответственно, то прибыли/убытки V по итогам текущего дня составляют:

$$\begin{aligned} V &= OI_{-1} \times (F_1 - F_{-1}) + (OI_{-1} + n_1) \times (F_2 - F_1) + \dots + (OI_{-1} + n_1 + n_2 + \dots n_m) \times (F - F_m) = \\ &= OI_{-1} \times (F - F_{-1}) + n_1 \times (F - F_1) + \dots + n_m \times (F - F_m) = OI \times F - (OI_{-1} \times F_{-1} + n_1 \times F_1 + \dots \\ &\dots + n_m \times F_m), \end{aligned} \tag{4.12}$$

$$OI_m = OI + n_1 + n_2 + \dots + n_m, \tag{4.13}$$

где OI_m – новая открытая позиция на конец дня.

Первая из этих формул представляет собой сумму членов, каждый из которых является произведением текущей открытой позиции на интервал изменения цены, в котором сохранялась эта открытая позиция. Вторая формула показывает, что сделки можно рассматривать раздельно, причем открытая позиция предыдущего дня OI_{-1} аналогична вновь проведенным сделкам, если считать ее совершенной по цене F_{-1}. При этом порядок заключения сделок несущественен. Последнюю строку проще было бы интерпретировать, если бы речь шла о сделках с акциями: эта строка показывает увеличение или уменьшение общей стоимости портфеля по отношению к цене его приобретения.

Во фьючерсной торговле цена приобретения является лишь условной точкой отсчета, относительно которой определяется реальная прибыль (убыток), то есть расчеты ведутся в дифференциалах.

В приведенном примере цена фьючерса указывалась за 100 акций. Более распространен вариант котирования фьючерсного контракта не за весь объем поставляемого по контракту базисного актива, а за единицу – за один доллар США для 1000-долларового контракта, за один баррель для контракта на нефть объемом 1000 баррелей, и т. п. В этом случае результат формулы (4.12) необходимо умножать на объем контракта, то есть на 1000 в приведенных примерах.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия производного финансового инструмента.
2. Приведите основные свойства форвардного контракта (форварда).
3. Приведите основные свойства фьючерсного контракта (фьючерса).
4. Приведите основные свойства опционного контракта (опциона).
5. Какие факторы влияют на доходность опциона?
6. Как рассчитывается подразумеваемая волатильность производного финансового инструмента?
7. Каков смысл коэффициента «дельта»?
8. Как рассчитывается коэффициента «дельта» для опционов?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ценная бумага – это чудо современного рынка, но оно создано человеческим умом и временем. Развитие рынка ценных бумаг в последние десятилетия является условием развития как финансового рынка, так и рынка реальных активов.

Однако в отличие от многих других финансовых и товарных рынков, для рынка ценных бумаг особенно важна научная сторона, связанная с проявлением сущности ценных бумаг и многообразием ее проявлений на рынке. Поэтому при изложении учебного материала в ряде случаев просто невозможно обойтись без научного анализа, использования специфического инструментария. Такой инструментарий предоставляет финансовая математика.

Применение современных инструментов, методик и расчетов позволяет в определенной степени описать и систематизировать отдельные аспекты функционирования рынка ценных бумаг, актуальные для российской практики фондовой торговли. Информация, полученная как следствие использования указанного инструментария, необходима государственным учреждениям, институциональным инвесторам, коммерческим предприятиям и частным инвесторам, стремящимся достичь положительного эффекта от операций с ценными бумагами.

Выражаем надежду, что данное учебное пособие внесет посильный вклад в подготовку студентов экономических специальностей как специалистов, так и бакалавров.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

ГЛОССАРИЙ

Аннуитет – (от лат. annuitas – ежегодный платеж) – 1) один из видов срочного государственного займа, по которому ежегодно выплачиваются проценты, и погашается часть суммы; 2) равные друг другу денежные платежи, выплачиваемые через определенные промежутки времени в счет погашения полученного кредита, займа и процентов по нему; 3) соглашение, контракт или инвестиции, дающие физическому лицу право на регулярное получение фиксированных сумм (зачастую пожизненно).

Банковский процент – минимальный процент по краткосрочным кредитам коммерческих банков.

Временная база – условная продолжительность года при расчете процентных платежей.

Внутренняя норма доходности – ставка дисконтирования, приравнивающая сумму приведенных доходов от инвестиционного проекта к величине инвестиций.

Денежная оценка конца операции – наращенный капитал, полученный доход в результате проведения операции.

Денежная оценка начала операции – размер вложенных инвестиций, затраты или наличный капитал.

Дисконт – определение любой стоимостной величины на некоторый момент времени при условии, что в будущем она составит заданную величину; – учетный процент при учете векселей.

Дисконтирование – это способ определения исходных (начальных) сумм затрат (или конечных результатов) посредством использования коэффициента дисконтирования (дисконта, дисконтирующего множителя), позволяющего приводить будущие денежные поступления к текущей, сегодняшней стоимости.

Дискретные проценты – проценты, начисляемые за фиксированные одинаковые интервалы времени.

Доходность – производный показатель от общей суммы совокупного чистого дохода, произведенного капиталом за определенный период времени, и величины вложенного капитала.

Полная доходность – сумма текущей доходности и доходности прироста капитала.

Доходность текущая – отношение текущих доходов, полученных владельцем от вложенного капитала за период, приведенных к начальному моменту времени, к инвестициям на начало периода.

Инвестирование – процесс помещения денег в те или иные финансовые инструменты с расчетом на увеличение их стоимости и (или) получение положительной величины дохода.

Инвестиции – использование денег с целью получения дохода и/или наращивания капитала.

Индекс цен – показывает, во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

Инфляция – обесценивание бумажных денег и безналичных денежных средств, не разменянных на золото. Инфляция проявляется в росте цен.

Инфляционная премия – корректировка ставки процентов для компенсации обесценения денег.

Коэффициент наращения ренты – отношение наращенной суммы ренты к сумме ее годовых платежей или к размеру отдельного платежа.

Коэффициент приведения ренты – отношение современной стоимости ренты к сумме ее годовых платежей или к размеру отдельного платежа.

Кредит – ссуда в денежной форме, предоставляемая физическим или юридическим лицом (кредитором) другому физическому или юридическому лицу (заемщику) на условиях возвратности и возмездности.

Множитель наращения (коэффициент наращения) – это отношение наращенной суммы к первоначальной сумме долга.

Коэффициент наращения показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной суммы долга.

Математическое дисконтирование – способ определения современной величины по простой или сложной ставкам процентов.

Налог – взимается на основе налоговой декларации по пропорциональным ставкам. Объектом налога на прибыль компании служит облагаемая прибыль компаний, равная валовой прибыли за минусом суммы установленных налоговым законодательством вычетов и скидок.

Наращение – финансовая операция, при которой происходит расчет будущей стоимости сегодняшней инвестиции при заданном сроке и процентной ставке.

Наращенная сумма ренты – сумма всех членов последовательности рентных платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты.

Наращенная сумма ссуды – первоначальная сумма ссуды вместе с начисленными на нее процентами.

Непрерывные проценты – проценты, начисляемые за бесконечно малые промежутки времени.

Номинальная ставка процентов – годовая ставка процентов, исходя из которой определяется величина ставки, применяемая в каждом периоде при начислении сложных процентов несколько раз в году

Обыкновенный процент – при этом продолжительность операции определяют исходя из приблизительного числа дней в году 360, квартале 90, месяце 30.

Переменная процентная ставка – дискретно изменяющаяся во времени процентная ставка, но имеющая конкретную числовую характеристику.

Период начисления – интервал времени, за который начисляют проценты.

Период ренты – временной интервал между двумя последовательными платежами финансовой ренты.

Плавающая процентная ставка – процентная ставка, привязанная к определенной величине, изменяющейся во времени, включая надбавку к ней (маржу). Маржа определяется целым рядом условий (сроком операции и т. п.). Основу процентной ставки составляет базовая ставка, которая является начальной величиной.

Постоянная процентная ставка – процентная ставка, неизменная на протяжении всего периода ссуды.

Поток платежей – последовательность выплат и поступлений, распределенных во времени.

Практика расчета временной базы английская – вариант расчета – точные проценты с точным числом дней ссуды, при котором продолжительность года Т = 365 дней; продолжительность месяцев также соответствует календарному исчислению (365/365).

Практика расчета временной базы германская – такой вариант расчета называется обыкновенными процентами с приближенным числом дней ссуды: год делится на 12 месяцев по 30 дней, т. е. продолжительность года Г принимается равной 360 дням (360/360).

Практика расчета временной базы французская – обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды: продолжительность года равна 360 дням, однако продолжительность месяцев соответствует календарному исчислению (365/360).

Прибыль – превышение доходов над произведенными затратами, осуществляемая в основном группой инвестиционных дилеров.

Приведение – это определение любой стоимостной величины на некоторый момент времени. Если некоторая сумма приводится к более поздней дате, чем текущая, то применяется наращение, если к более ранней – то дисконтирование.

Принцип неравноценности денег – равные по абсолютной величине денежные суммы в разные моменты времени оцениваются по-разному – сегодняшние деньги ценнее будущих.

Простая процентная ставка – ставка процентов, применяемая к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды.

Проценты – сумма доходов от представления денег в долг в любой форме.

Рассрочка платежей – это замена единовременного платежа аннуитетом.

Реинвестирование – вложение доходов в некоторый проект производственного или финансового характера с намерением получить на них в дальнейшем дополнительный доход.

Рента – регулярно получаемый доход с капитала, земли или имущества, не связанный с предпринимательской деятельностью.

Рента верная – рента, члены которой подлежат безусловной выплате.

Рента вечная – рента с бесконечным числом платежей, т. е. денежные поступления осуществляются достаточно длительное время и их число заранее не может быть известно.

Рента немедленная – рента, срок которой начинается немедленно.

Рента отсроченная – рента, начало срока которой запаздывает.

Рента непрерывная – рента, платежи которой осуществляются непрерывно с постоянной интенсивностью.

Рента переменная – рента, где величина платежа варьирует, т. е. рента с неравными членами.

Рента постоянная – ренты, где величина каждого отдельного платежа постоянна.

Рента постнумерандо – рента, платежи которой осуществляются в конце каждого периода.

Рента пренумерандо – рента, платежи которой осуществляются в начале каждого периода.

Рента финансовая (аннуитет) – поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между последовательными платежами постоянны.

Рентная процентная ставка – ставка процентов, используемая при наращивании или дисконтировании платежей, из которых состоит рента.

Сложная процентная ставка – ставка процентов, применяемая к сумме с начисленными в предыдущем процентами.

Современная величина – величина, полученная дисконтированием заданной конечной величины ссуды.

Современная величина потока платежей – сумма всех его членов на некоторый момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему.

Срок окупаемости – продолжительность времени, в течение которого дисконтированные на момент завершения инвестиций прогнозируемые денежные поступления равны сумме инвестиций.

Срок ренты – период времени от начала финансовой ренты до конца ее последнего периода.

Ставка дохода – отношение будущего дохода, который можно извлечь из определенного капитала, к его сегодняшней стоимости.

Ставка рефинансирования – размер процентов в годовом исчислении, подлежащий уплате центральному банку страны за кредиты, предоставленные кредитным организациям. Эти кредиты являются рефинансированием временной нехватки финансовых ресурсов. Через такие кредиты обеспечивается регулирование ликвидности банковской системы при недостатке у кредитных организаций средств для осуществления кредитования клиентов и выполнения принятых на себя обязательств. Обычно под ставкой рефинансирования подразумевают ставку кредитования на одну ночь («овернайт», предоставляется кредитной организации в конце дня в сумме непогашенного внутридневного кредита), размер которой наибольший по сравнению с установленными ставками кредитования на другие сроки.

Ставка сравнения – показатель, отражающий сложившийся на предприятии минимум возврата на вложенный в его деятельность капитал. Рассчитывается по формуле средней арифметической взвешенной. Экономический смысл показателя: предприятие может принимать любые решения инвестиционного характера, уровень рентабельности которых не ниже текущего значения показателя ставки сравнения.

Текущая (современная, настоящая) стоимость денег – это сумма будущих денежных поступлений, приведенных к текущему периоду с использованием дисконтной ставки (ставки процента).

Точный процент – при этом продолжительность определяют исходя из точного числа дней, для года считают как 365 или 366, квартала от 89 до 92, месяца от 28 до 31.

Точное число дней ссуды – продолжительность периода. начисления определяется точным числом дней ссуды.

Уравнение эквивалентности – уравнение, в котором сумма заменяемых платежей, приведенных к одному моменту времени, приравнивается сумме платежей по новому обязательству, приведенных к тому же моменту времени. Применяется при изменении условий договора.

Учетная ставка – ставка процентов при начислении и удержании процентов из суммы кредита в начале срока операции.

Фиксированная процентная ставка – ставка, зафиксированная в виде определенного числа в финансовых контрактах

Финансовая операция – операция, начало и конец которой имеют денежную оценку.

Член ренты – величина отдельного платежа финансовой ренты.

Эквивалентная процентная ставка – это ставка, которая для рассматриваемой финансовой операции даст точно такой же денежный результат (наращенную сумму), что и применяемая в этой операции ставка.

Эффективная процентная ставка – годовая ставка сложных процентов, используемая в качестве меры доходности финансовой операции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Базовый курс по рынку ценных бумаг / Л. Н. Андрианова, Д. В. Войцехович, И. А. Гусева и др. ; под редакцией Р. А. Кокорева. – М. : учебный центр МФЦ, 2008. – 349 с.

2. Бочаров, П. П. Финансовая математика : учебник для вузов / П. П. Бочаров. – 2-е изд. – М. : Физматлит, 2007. – 547 с.

3. Финансовая математика. Математическое моделирование финансовых операций : учебное пособие для вузов / В. Я. Габескирия, О. М. Гусарова, Н. Б. Кобелев и др. ; под редакцией В. А. Половникова, А. И. Пилипенко. – М. : Вузовский учебник : ВЗФЭИ, 2009. – 359 с.

4. Галанов В. А. Рынок ценных бумаг : учебник для вузов / В. А. Галанов. – М. : ИНФРА-М, 2009. – 378 с.

5. Гусева, И. А. Рынок ценных бумаг. Практические задания по курсу : учебное пособие. – 3-е изд., стер. – М. : Экзамен, 2007. – 462 с.

6. Рынок ценных бумаг : учебник / под редакцией В. В. Иванова, С. Г. Шевцовой. – М. : Кнорус, 2008. – 284 с.

7. Рынок ценных бумаг : учебник / под редакцией В. Ф. Жукова. – 3-е изд., прераб. и доп. – М. : ЮНИТИ, 2009. – 567 с.

8. Рынок ценных бумаг : комплексный учебник: учебное пособие для вузов. – М. : Вузовский учебник, 2009. – 253 с. + 1 электронный оптический диск.

9. www.fcsm.ru – Официальный сайт Федеральной службы по финансовым рынкам РФ (дата обращения : 30.08.2011).

10. www.rts.ru – Официальный сайт ОАО «Фондовая биржа РТС» (дата обращения : 2.09.2011).

11. www.micex.ru – Официальный сайт ОАО «Московская межбанковская валютная биржа» (дата обращения : 16.08.2011).

Учебное издание

НИКУЛИН Александр Николаевич

КАРПУХИН Игорь Валентинович

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА ЦЕННЫХ БУМАГ

Учебное пособие

Редактор Н. А. Евдокимова

ЛР №020640 от 22.10.97
Подписано в печать 02.11.2011. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 5,12. Тираж 125 экз. Заказ 1248.

Ульяновский государственный технический университет
432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, 32

Типография УлГТУ 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д.32

УДК 336 (075)
ББК 65.26я7
Н65

Рецензенты:

Кафедра «Экономика, финансы и учет» Ульяновского государственного университета (зав. кафедрой доктор экономических наук Р. М. Байгулов);

кандидат экономических наук, доцент кафедры «Финансы и кредит» Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии С. В. Маркелова

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия

Никулин, А. Н.

Н 65 Финансовая математика ценных бумаг : учебное пособие / А. Н. Никулин, И. В. Карпухин. – Ульяновск : УлГТУ, 2011. – 87 с.

ISBN 978-5-9795-0864-1

Составлено в соответствии с программой курсов «Финансовая математика», «Финансовый менеджмент», «Рынок ценных бумаг».

Пособие включает современные инструменты, методики и модели финансовой математики, применяемые в практике участников российского фондового рынка. Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности 08010565 «Финансы и кредит» и бакалавров по направлению 080100.62 «Экономика».

Учебный материал разработан и подается с учетом государственных образовательных стандартов третьего поколения.

УДК 336(075)
ББК 65.26я7

ISBN 978-5-9795-0864-1